

## **Stochastische Projektion zukünftiger Großschadenzahlungen zur Ermittlung von Brutto- und Netto-Best Estimates unter Solvency II**

*Autoren:*

*Dirk Skowasch, VGH Versicherungen, Hannover*

*Torsten Grabarz, BELTIOS P&C GmbH, Köln*

## Inhalt

1. Motivation.....	3
2. Allgemeines Modell.....	5
3. Details.....	7
3.1 Trennung von Basis- und Großschäden.....	7
3.2 Indexierung.....	8
3.3 Tail .....	9
3.4 Datenauswahl.....	10
3.5 Spätgroßschäden.....	10
3.6 Berücksichtigung von Renten .....	11
4. Anmerkungen.....	13
4.1 Absolute inkrementelle Zahlungen vs. Abwicklungsfaktoren .....	13
4.2 Sensitivitätsanalysen und Backtesting .....	13
4.3 Abhängigkeiten.....	13
4.4 Grenzen des Verfahrens.....	14
4.5 Rückversicherungsanalysen .....	15
5. Fallstudie .....	17
5.1 Aufstellung des Modells .....	17
5.2 Konvergenzverhalten .....	19
5.3 Verteilung der Abweichung vom Best Estimate.....	19
5.4 Backtesting und Vergleich mit klassischen Verfahren.....	20
6. Fazit .....	23
Anhang: Beispiel für nicht angemessene Bewertungen des RV-Anteils einzelner Großschäden .....	24
Literaturverzeichnis.....	26

## 1. Motivation

Seit der Einführung von Solvency II ist die Berechnung der Best Estimate Reserven vor und nach Rückversicherung aufsichtsrechtlich (vgl. Delegierte Verordnung (EU) 2015/35 der EU-Kommission, Art. 17 bis Art. 36) verankert. Die Best Estimate-Bewertung stellt eine der wesentlichen Grundlagen für die Aufstellung der Solvabilitätsübersicht („Solvenzbilanz“) sowie für die Berechnung des versicherungstechnischen Risikos dar. Die Haftpflicht-Sparten stellen die Aktuare dabei schon vor Anwendung der Rückversicherung aufgrund ihrer langen Abwicklung vor eine besondere Herausforderung. Die in der Praxis weit verbreiteten aktuariellen Verfahren bedienen sich üblicherweise aggregierter Schadendaten (und ggf. Exposuremaßen) und berücksichtigen die lange Abwicklungsdauer über Extrapolationen des Tails der geschätzten Abwicklungsmuster über die beobachtete Abwicklung hinaus. Da einzelne Großschäden das Abwicklungsmuster verzerren können, ist es bei einem ausreichend großen Bestand mit entsprechend stabiler Datenbasis üblich, eine Trennung nach Basis- und (Personen-)Großschäden vorzunehmen. Bei großen Personenschäden werden für die actuarielle Bewertung im deutschen Markt derzeit im Wesentlichen zwei deterministische Methoden verwendet:

- Chain Ladder auf aggregierten Daten
- Überleitungsfaktor (häufig =1) auf die HGB-Reserve, die aufgrund des unter HGB vorgeschriebenen Vorsichtsprinzips auf Einzelschadenebene in der Regel nicht einem Best Estimate entspricht<sup>1</sup>

Auch wenn das Ergebnis vor Rückversicherung angemessen sein kann, so wickeln sich einige der Großschäden sehr gut und andere sehr schlecht ab. Eine sinnvolle Abbildung von nicht-proportionaler Rückversicherung (z.B. Schadenexzedenten) ist damit fast unmöglich. Sowohl gängige Verfahren auf Basis von aggregierten Netto-Schadendreiecken als auch HGB-Überleitungsrechnungen führen in der Regel zu sehr groben Schätzern (vgl. Beispiel im Anhang). Dies wird insbesondere in den aufsichtsrechtlich geforderten Backtesting- und „Actual vs. Expected“-Analysen deutlich. In Abschnitt 7 zeigt ein einfaches Beispiel, dass im Falle von nicht-proportionalen Rückversicherungsstrukturen nur eine stochastische Modellierung ein sinnvolles Ergebnis für den RV-Anteil am Best Estimate liefert.

Bisher verwendete stochastische Methoden (z.B. Bootstrapping) basieren auf aggregierten Daten und eignen sich daher ebenfalls nicht zur Abbildung nicht-proportionaler Rückversicherung, da die Information über die Abwicklung einzelner Schäden fehlt.

Nach unserer Einschätzung fehlt im deutschsprachigen Markt ein einfaches Modell, das die Stochastik während der gesamten Abwicklung auf einer Einzelschadenbasis berücksichtigt.

Karl Murphy und Andrew McLennan haben im Jahr 2006 in ihrem Paper [1] die Grundlage für eine solche stochastische Einzelschadenreservierung vorgestellt. Die Idee ist die zufällige Abwicklung jedes einzelnen Großschadens, indem jede zukünftige Zahlung zufällig aus einem Pool historisch beobachteter Zahlungen oder auch der Übergangsfaktoren zur nächsten Abwicklungsperiode gezogen wird. Durch Wiederholungen dieser Abwicklung entsteht eine Monte-Carlo-Simulation, aus der vielfältige Kennzahlen abgeleitet werden können, insbesondere der Best Estimate der Reserven in einer Brutto- und RV-Sicht.

Dieser Bericht stützt sich an vielen Stellen auf die Ergebnisse dieser Arbeit, erweitert sie aber an einigen Stellen, sodass eine praktikable Anleitung für eine Anwendung auf dem deutschen Markt entsteht, der

---

<sup>1</sup> Zumindest in der Summe aller betrachteten Schäden ergibt sich in der Regel eine Rückstellung, die höher als ein Best Estimate ausfällt.

stärker als der angelsächsische Raum im Bereich der Personengroßschäden von Rentenzahlungen beeinflusst wird. Es wird an den jeweiligen Stellen auf die Unterschiede zu [1] eingegangen. Darüber hinaus sei erwähnt, dass zum Zeitpunkt der Verfassung dieses Artikels auch weitere Methoden auf Einzelschadenbasis am Markt betrachtet werden, die in der Regel jedoch auf deterministischen Modellen basieren und sich damit von der hier diskutierten Vorgehensweise grundlegend unterscheiden. Die wesentlichen Verfahren basieren dabei entweder auf klassischen GLM-Verfahren oder setzen neuere KI-Verfahren ein. Allen Herangehensweisen – auch der nachfolgend beschriebenen stochastischen Modellierung – ist gemein, dass sie gegenüber den klassischen aggregierten Methoden detailliertere Informationen zu einzelnen Schäden und deren Abwicklung berücksichtigen, um einen Best Estimate zu schätzen. Je nach Verfahren ist in den deterministischen Varianten eine Cashflow-Ermittlung nicht zwingend vorgesehen, so dass die Methoden für die unter Solvency II verlangte Diskontierung darum bei Bedarf ergänzt werden müssen. Eine Beschreibung der Verfahren findet sich z.B. in [2].

Im Falle der deterministischen Verfahren bleibt das oben beschriebene Problem der Best Estimate-Bewertung einer nicht-proportionalen Rückversicherung jedoch bestehen, da der Erwartungswert des Rückversicherungsanteils in diesem Fall nicht direkt aus dem Erwartungswert des Brutto-Erwartungswerts abgeleitet werden kann (vgl. Beispiel im Anhang). Hier hilft nur eine stochastische Modellierung und damit ein Simulationsansatz auf Basis von Monte-Carlo-Methoden wie er nachfolgend beschrieben wird.

Die Entwicklung am Markt scheint aktuell noch nicht abgeschlossen zu sein. Eine fortschreitende Digitalisierung aller Schadeninformationen, inkl. Daten über die reinen Zahlungs- und Rückstellungsbewegungen hinaus, könnte zu einer verstärkten Anwendung von Einzelschaden-basierten Verfahren und damit präziseren Schätzern führen. Dabei ist eine Kombination der verschiedenen, oben beschriebenen Herangehensweisen vorstellbar. Im Bereich der Basisschäden wird der deterministische Ansatz sicherlich angemessener sein, sofern die Verbesserung der Güte des Schätzers oder die Zielsetzung der Modellierung den etwas höheren Modellierungs- und Datenaufbereitungsaufwand rechtfertigt. Auch für die Brutto-Bewertung von Großschäden könnten diese Methoden zu einer Verbesserung der Schätzgüte führen. Im Falle der Schätzung des Rückversicherungsanteils wird jedoch die stochastische Modellierung in der Regel zu dem angemessensten Schätzwert führen.

Eine über die Anwendung des nachfolgend beschriebenen Modells zu Zwecken der aktuariellen Schadenreservierung hinausgehende Nutzung zur Bewertung von Rückversicherungsverträgen wird in Abschnitt 4.5 motiviert und näher beschrieben.

## 2. Allgemeines Modell

Ziel der Modellierung ist die Projektion des zukünftigen Cashflows von Einzelgroßschäden, zunächst auf einer Brutto-Basis, d.h. vor Rückversicherung, und anschließend eine Ermittlung der zugehörigen RV-Anteile. Für bekannte Schäden betrifft dies die Fortschreibung der offenen Schäden und – sofern in der Historie beobachtet – die weitere Abwicklung von zum Bilanzstichtag bereits geschlossenen Schäden. Zusätzlich sind für eine Ermittlung eines Best Estimates der Großschäden im betrachteten Reservesegment Spätschäden zu modellieren, die zum Bilanzstichtag noch nicht gemeldet und damit unbekannt sind. Der Fokus in [1] liegt auf der Projektion bekannter Schäden, der Umgang mit Spätschäden wird dort nur kurz behandelt. In diesem Abschnitt wird zunächst das allgemeine Modell zur Fortschreibung von Großschäden mit einem erreichten Abwicklungsstand beschrieben. In Kapitel 3 wird anschließend weiter unterteilt in (i) die Modellierung bekannter Großschäden (s. Abschnitte 3.1 - 3.3) und (ii) von Großschäden, die zum betrachteten Stichtag die Großschadengrenze noch nicht überschritten haben (s. Abschnitt 3.5).

Zunächst werden mit der Wahl einer passenden Großschadengrenze  $G$  (vgl. Abschnitt 3.1 „Trennung von Basis- und Großschäden“) alle Schäden des Bestands ermittelt, deren Aufwand die Großschadengrenze  $G$  im Laufe ihrer Abwicklung mindestens einmal überschritten haben. Ein Großschaden wird von da an stets als Großschaden betrachtet, auch wenn er im Laufe der Abwicklung wieder unter  $G$  oder sogar auf null fällt. Diese Schäden bilden die Grundlage für das weitere Vorgehen.

Die historischen auf Jahre aggregierten Zahlungen einzelner Schäden (auch Nullzahlungen) werden dann auf möglichst homogene Pools verteilt. Dadurch wird erreicht, dass die zufällig gezogene Zahlung zu einem Schaden gehörte, der einen ähnlichen Abwicklungsstand aufwies wie der abzuwickelnde Schaden, d.h. zum gleichen Zeitpunkt der eigenen Abwicklung dem gleichen Pool zuzuordnen war. Diese Homogenität wird durch die Unterscheidung der Kategorien „Abwicklungsjahr“ und „Reserveklasse“ erreicht, da diese den Abwicklungsstand intuitiv am besten beschreiben.<sup>2</sup>

Es empfiehlt sich, bei der Zählung des Abwicklungsjahres in dem Jahr zu beginnen, in dem der Schaden die Großschadengrenze zum ersten Mal übersteigt. In der Regel übernimmt dann eine Großschadenabteilung die weitere Schadenbearbeitung und ggf. beginnen Gerichtsprozesse, sodass dieser Neubeginn der Zählung vor dem Hintergrund eines sich ändernden Abwicklungsverhaltens sinnvoll erscheint.

Anhand der HGB-Reserve wird ein Schaden und die dazugehörige Jahreszahlung einer Reserveklasse zugeordnet. Wie viele Reserveklassen gebildet werden und wie groß sie sind, hängt unternehmensindividuell vom Schadenbestand ab. In der simpelsten Variante sollte zumindest nach offenen und geschlossenen Schäden unterschieden werden. In komplexeren Varianten hängt die mögliche Anzahl der Klassen von der Größe des Schadenbestands ab. Jede Klasse sollte so viele Beobachtungen enthalten, dass die Bandbreite der Zahlungen für Schäden dieses Abwicklungsstands angemessen abgebildet wird.

---

<sup>2</sup> Natürlich ist zu erwähnen, dass auch die Aggregation auf Jahre einen Verlust von Abwicklungsinformationen und damit eine gewisse Vereinfachung bedeutet, eine Anwendung der Methodik auf Quartals- oder Monatsdaten ist ebenso denkbar. In der Praxis wird eine Umsetzung allerdings häufig aufgrund mangelnder Daten schwierig sein, ebenso denkbare zeitstetige Varianten würden gar vollständig andere Ansätze erfordern als nachfolgend vorgeschlagen und ebenfalls aufgrund der Datenlage schwierig zu realisieren sein. Auch weitere Merkmale zur Erstellung der Pools sind denkbar, führen aber ebenfalls zu einer deutlich erhöhten Anforderung an die benötigten Daten und deren Qualität. Die vorgestellten Ergebnisse beheben die oben genannten Probleme bereits in signifikanter Güte, so dass weitere Verfeinerungen des Ansatzes nicht verfolgt wurden.

Beispiel:

Ein möglicher Pool für ein beliebiges Abwicklungsjahr  $i$  und die Reserveklasse 3 könnte wie folgt aussehen:

Schaden-Nr.	Historische Zahlung (EUR) im AJ $i+1$	Neue Reserveklasse
1	0	3
2	0	2
3	10.000	4
4	1.000	3
5	0	3

Die Tabelle enthält alle fünf Schäden, die sich am Ende des Abwicklungsjahres  $i$  in Reserveklasse 3 befanden. Befindet sich ein abzuwickelnder Schaden im Abwicklungsjahr  $i$  und wird wegen der Höhe der HGB-Reserve in die Reserveklasse 3 eingeteilt, so wird eine der Zeilen 1-5 zufällig bestimmt. Aus der entsprechenden Zeile kann die Zahlung im Jahr  $i+1$  sowie die neue Reserveklasse abgelesen werden. Für die nächste Zahlung (Jahr  $i+2$ ) dieses Schadens muss der Pool herangezogen werden, der zur neuen Reserveklasse und zum Abwicklungsjahr  $i+1$  gehört. Auf diese Weise entsteht sukzessive eine zufällige Realisation der gesamten Abwicklung.

Auf den erreichten Stand der einzelnen Schäden kann anschließend eine nicht-proportionale Einzelschadendeckung (auch in Kombination mit proportionaler Rückversicherung) angewandt werden, um neben dem Best Estimate in der Brutto-Sicht auch den Best Estimate des RV-Anteils abzuleiten. Beides wird als Erwartungswert über alle Simulationspfade berechnet.

### 3. Details

#### 3.1 Trennung von Basis- und Großschäden

Das hier vorgestellte Verfahren eignet sich insbesondere für größere Schäden, die hinsichtlich des erwarteten Schadenaufwands deutlich über den normalen und in deutlich höherer Anzahl auftretenden Schäden („Basisschäden“) liegen und deren Abwicklungsdauer in der Regel deutlich länger ist als für die Basisschäden. Für die Basisschäden eignen sich die klassischen aktuariellen Verfahren auf aggregierter Datenbasis, da sich Cashflows damit bereits angemessen schätzen lassen und eine Anwendung von nicht-proportionalen Rückversicherungsverträgen auf Einzelschadenbasis nicht relevant ist.

Die Trennung in Basis- und Großschäden erfolgt durch die Festlegung einer geeigneten Großschadengrenze  $G$ . Weitere Aspekte, die bei der Wahl der Großschadengrenze im Hinblick auf die stochastische Reservierung beachtet werden müssen, werden nachfolgend beschrieben. Da ein Anwendungsgebiet des Verfahrens die angemessene Abbildung einer XL-Rückversicherungskonstruktion pro Risiko ist, muss bei der Wahl einer Großschadengrenze zunächst darauf geachtet werden, dass die Großschadengrenze unterhalb der Rückversicherungs-Priorität liegt. Des Weiteren ist zu beachten, dass eine ausreichende Anzahl von Spätgroßschäden erzeugt wird, um das kollektive Modell anzuwenden. Kleineren Großschadengrenzen sollte mit einer feineren Aufteilung der Reserveklassen begegnet werden, da zumindest die unteren Reserveklassen dadurch hinsichtlich der Anzahl deutlich größer und inhomogener werden können. Die Wahl einer geeigneten Grenze soll an dieser Stelle nicht weiter vertieft werden, in der aktuariellen Literatur und der Literatur zur Extremwerttheorie wird beispielsweise der Hill-Plot als geeignetes Hilfsmittel genannt (vgl. [2] und [3]).

Nach der Festlegung von  $G$  werden die Basis- von den Großschäden getrennt. Hierbei sind die zwei folgenden Methoden marktüblich:

1. Verschieben des gesamten Schadens in das Großschadendreieck, sobald der Schaden groß wird (Methode 1)
2. Kappung des Schadens an der Großschadengrenze, so dass der Anteil  $G$  in den Basisschäden verbleibt und der Großschadenanteil bei Erreichen von  $G$  bei 0 anfängt<sup>3</sup> (Methode 2)

Die veränderte Art der Abwicklung bei Großwerden eines Schadens (beispielsweise aufgrund eines Übergangs in eine andere Abteilung zur weiteren Bearbeitung) motiviert eine weitere Art der Trennung:

3. Wird ein Schaden im  $x$ -ten Abwicklungsjahr zu einem Großschaden, wird die gesamte HGB-Reserve zum Jahresende vom Basisschadendreieck in das Großschadendreieck (bzw. in die stochastische Reservierung) verschoben. Die kumulierte Zahlung einschließlich der Zahlung im  $x$ -ten Abwicklungsjahr verbleibt im Basisschadendreieck. Alle weiteren Zahlungen (auch negative) werden dem Großschadendreieck zugeordnet. (Methode 3)

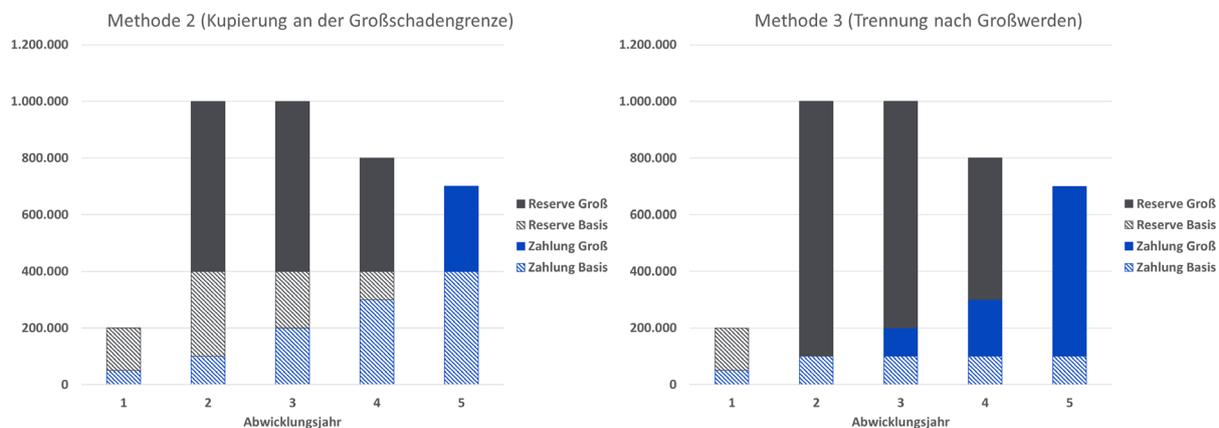
Der Schaden wird durch Methode 3 also in zwei Abschnitte aufgeteilt. Der Basisschadenteil endet in dem Jahr, in dem der Schaden zu einem Großschaden wird. Die Reserve des Basisschadenteils wird auf

---

<sup>3</sup> Sinkt der Aufwand des Großschadens im Laufe der Abwicklung wieder unter die Großschadengrenze, verbleibt der Schaden mit einem Aufwand (und einer Zahlung) = 0 im Großschadenanteil. Ein (ggf. mehrfacher) Wechsel zwischen dem Basis- und Großschadenbereich im Laufe der Abwicklung ist anders als in Methode 1 hiermit bereits ausgeschlossen.

0 gesetzt. Mit der Zahlung dieses Jahres ist der Basisschadenteil abgewickelt und der Großschadenteil beginnt.

Der Unterschied zwischen Methode 2 und Methode 3 wird anhand der folgenden Grafik verdeutlicht ( $G = 400.000$ ):



Die Vorgehensweise bei Methode 3 hat viele Vorteile:

- Typischerweise wird ein Schaden erst durch eine starke Anhebung der Reserve zu einem Großschaden. Hohe Zahlungen werden in der Regel erst verzögert geleistet, sodass die Zahlung im Jahr des Großwerdens vom Charakter her eher noch als Zahlung eines Basisschadens angesehen werden kann.
- Im Gegensatz zu Methode 1 werden vergangene Diagonalen der Dreiecke nicht mehr verändert. Das ermöglicht ein konsistentes Backtesting. Zahlungen für den Basisschadenteil werden in der Reservierung der Basisschäden (z.B. mit Chain Ladder-Verfahren) prognostiziert, während alle Zahlungen des Großschadenteils in der stochastischen Einzelschadenreservierung prognostiziert werden.
- Methode 2 führt dazu, dass ein Teil der Reserve bereits als Großschaden betrachtet wird, während die kumulierte Zahlung noch einige weitere Jahre unterhalb der Großschadengrenze bleibt. Ein Schaden beeinflusst in der Abwicklung also gleichzeitig das Basis- und das Großschadendreieck. Es ist dann unklar, wie in der stochastischen Einzelfallreservierung mit der überschießenden Reserve umgegangen wird und ob prognostizierte Zahlungen noch zu den Basis- oder schon zu den Großschäden gehören. Eventuell wird sogar gleichzeitig eine Großschaden- und eine Basisschadenzahlung prognostiziert. In den Reserveklassen vermischen sich Schäden, die bereits eine kumulierte Zahlung oberhalb der Großschadengrenze haben mit denen, die sich auch im Basisschadendreieck noch abwickeln. Die Vergleichbarkeit ist dann nicht immer gegeben. Die neue Methode 3 zur Trennung liefert hingegen eine eindeutige Aufteilung.

### 3.2 Indexierung

Da bei der hier vorgestellten Vorgehensweise teilweise weit zurückliegende Zahlungen zur Fortschreibung neuer Schäden genutzt werden, kommt einer angemessenen Indexierung eine besondere Bedeutung zu. Alle historischen Zahlungen müssen für die Zusammenfassung in Pools

zunächst auf den Stand des aktuellen Jahres und weiterhin auf den Stand des prognostizierten Auszahlungsjahres hochgerechnet werden.

Die Indexreihe der Historie kann mit den folgenden Methoden ermittelt werden:

- Rückgriff auf öffentlich zugängliche Indizes wie etwa den Lohnkostenindex plus ggf. Zuschlag für eine „superimposed inflation“ oder den Index für Gesundheitsausgaben oder pflegerische Leistungen (je nach Schwerpunkt der Großschäden)
- Ermittlung der Inflation aus dem eigenen Schadenbestand über die Entwicklung der Geschäftsjahreszahlungen; diese Methode hat unter Umständen den Nachteil einer gewissen Zirkularität, falls die Inflationsannahmen aus dem gleichen Schadenbestand abgeleitet werden, auf den sie anschließend angewandt werden sollen.
- Ggf. Ableitung einer konstanten Inflation zur vereinfachten Berechnung

Aus diesen historischen Indizes können durch Mittelwertbildung oder lineare Fortschreibung zukünftige Indizes geschätzt werden. Hierbei sollten wirtschaftliche und politische Rahmenbedingungen berücksichtigt werden.

Weitere Ideen und Hinweise zur Modellierung einer Schadeninflation finden sich beispielsweise in [2] und [3].

### 3.3 Tail

Üblicherweise reichen die historischen Beobachtungen nicht aus, um Personen-Großschäden bis zum Ende ihrer Abwicklung fortzuschreiben. In diesem Fall muss an geeigneter Stelle auf eine Tailmethode übergegangen werden, die nicht zwingend dem letzten Jahr der verfügbaren Daten entspricht, da am Ende der Datenhistorie die Daten bereits so stark ausdünnen, dass sie nicht mehr aussagekräftig sind. Eine Modellierung eines Tails bereits in die beobachtete Abwicklung hinein hat zudem den Vorteil, dass hier bereits Datenpunkte vorliegen. Die folgende Methode basiert weiterhin auf der Grundlage des Samplings und hat sich in der Praxis als gute Prognose erwiesen. Hier ist allerdings auch eine Fülle von anderen Vorgehensweisen vorstellbar<sup>4</sup>.

Es ist ein letztes Abwicklungsjahr  $M$  festzulegen, bis zu dem die Methode wie oben beschrieben angewendet wird. Der Tail beginnt im Abwicklungsjahr  $M+1$  und endet in einem festzulegenden letzten Tailjahr  $T$  (z.B.  $T=50$ ).

Im Folgenden wird hierfür die Annahme getroffen, dass die Beträge der möglichen Zahlungen im Laufe des Tails linear abnehmen. Im letzten Tailjahr  $T$  erreichen sie dann den Wert 0. Diese Annahme wird durch die Erwartung motiviert, dass die Zahlungen, die über die (möglichst hinreichend lange) Datenhistorie hinaus zu modellieren sind, abnehmen und weniger spreizen als in den letzten beobachteten Daten (z.B. durch Erreichen des Rentenalters von Geschädigten oder durch Tod der Geschädigten).

Die bisher beobachteten Zahlungen für Schäden im Abwicklungsjahr  $M+1$  bis  $T$  werden zu einem einzigen, für alle Tailjahre gültigen Tailpool zusammengefasst. Die folgende Formel stellt den linearen Zusammenhang zwischen einer Zahlung im Tailjahr  $M+j$  und der zugehörigen Zahlung im ersten Tailjahr  $M+1$  dar.

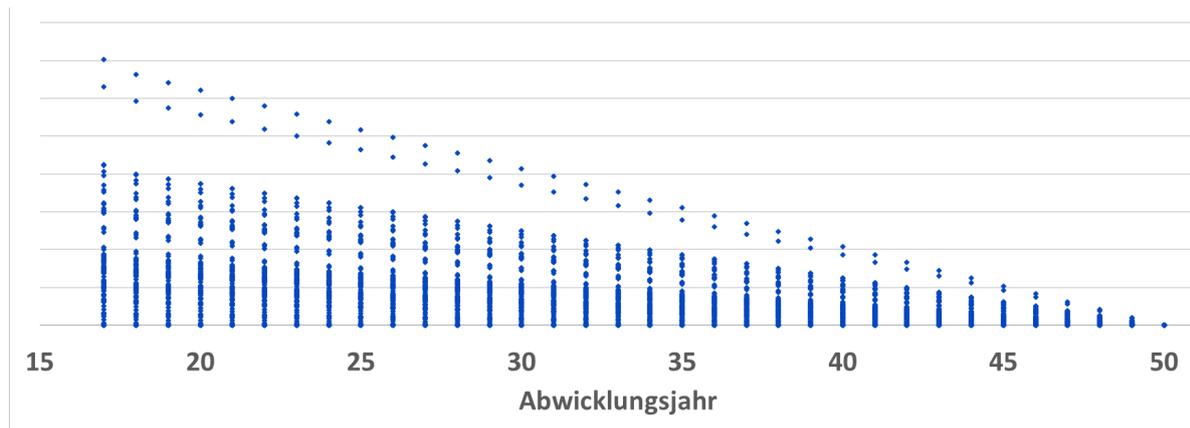
---

<sup>4</sup> Ideen bezüglich möglicher Kurven, die für eine parametrische Modellierung genutzt werden können, finden sich beispielsweise in Abschnitt 4.6.1 von [7] oder in Abschnitt C2 von [8].

$$Z_{M+j} = Z_{M+1} \cdot \frac{T - M - j + 1}{T - M}, \quad j = 1, \dots, T - M$$

Bei der Erstellung des Tailpools kann diese Formel umgestellt und genutzt werden, um historische Tailzahlungen auf den Stand  $M+1$  hochzukalieren. Wird für spätere Tailjahre eines abzuwickelnden Schadens während des Samplings eine Zahlung gezogen, kann diese mit der Formel wiederum auf das entsprechende Tailjahr herunterskaliert werden.

Das Schaubild zeigt beispielhaft für  $M=16$  und  $T=50$ , wie sich die Spannweite der möglichen Zahlungen im Laufe der Abwicklung reduziert:



Auch wenn alle Abwicklungsjahre im Tailzeitraum mittels des Poolansatzes zusammengefasst werden, sollte die Trennung nach Reserveklassen beibehalten werden.

### 3.4 Datenauswahl

Bei der Erstellung der Pools müssen nicht alle verfügbaren historischen Zahlungen verwendet werden. Es kann zum Beispiel aufgrund von Trends in der Schadenbearbeitung oder Änderungen von rechtlichen oder wirtschaftlichen Rahmenbedingungen sinnvoll sein, die Historie zu begrenzen. Natürlicherweise repräsentiert die jüngste Vergangenheit die fortzuschreibenden neuen Schäden am besten. Eine zu starke Kürzung der Historie könnte jedoch insbesondere die Tailpools zu stark kürzen.

Des Weiteren können extreme Zahlungen oder Regresszahlungen bei Bedarf von den Pools ausgeschlossen werden. In diesem Fall sollte aber hinreichend sicher sein, dass solche Zahlungen Sonderfälle darstellen und nicht regelmäßig auftreten können.

### 3.5 Spätgroßschäden

Bisher wurde ausschließlich die Weiterabwicklung bekannter Schäden betrachtet. Viele Großschäden erreichen aber erst im Laufe ihrer Abwicklung die Großschadengrenze oder werden gar erst später gemeldet. In einem kollektiven Modell sollten die Anzahl dieser Schäden und ihre Schadenhöhe separat geschätzt werden.

Für die Ermittlung der erwarteten **Anzahl der Spätgroßschäden** eignet sich beispielsweise ein additives Verfahren mithilfe der bisher beobachteten Spätgroßschäden und einer Bestandsgröße (z.B. Prämien, Anzahl Risiken, Anzahl Verträge). Hierfür wird für jedes Abwicklungsjahr die Anzahl der bisher

beobachteten Spätgroßschäden über alle Schadenjahre mit der Bestandsgröße ins Verhältnis gesetzt. Das Ergebnis wird mit der Bestandsgröße der jüngeren Schadenjahre multipliziert, um eine Schätzung für die Anzahl der Spätgroßschäden dieses Schadenjahres zu erhalten.

Eine Erweiterung dieses deterministischen Ergebnisses um eine stochastische Komponente ist ebenso möglich wie eine Tailschätzung, sofern in den ältesten herangezogenen Anfalljahren nach wie vor Meldungen von Spätschäden auftreten bzw. ein Erreichen der Großschadengrenze zu beobachten ist.

Die **Höhe** eines erwartungsgemäß im n-ten Abwicklungsjahr groß werdenden Spätgroßschadens kann aus den abgewickelten Schadenhöhen der bekannten im n-ten Abwicklungsjahr groß gewordenen Spätgroßschäden gesampelt werden. Sollten für größere n nur sehr wenige Spätgroßschäden bekannt sein, können spätere Abwicklungsjahre zusammengefasst werden.

Die Zahlungen, die für die bekannten Schäden geleistet wurden, bevor diese zu Großschäden geworden sind, sollten konsistent zur gewählten Art der Trennung zwischen Basis- und Großschäden aus- oder eingeschlossen werden (vgl. Abschnitt 3.5). An dieser Stelle zeigt sich dadurch ein Vorteil der Methode 3 zur Trennung der Basis- und Großschäden.

### 3.6 Berücksichtigung von Renten

Renten werden am Markt bei der Reservierung häufig mit einer fiktiven Einmalzahlung berücksichtigt. Diese simuliert, dass der Versicherte die weitere Abwicklung der Rente an einen (fiktiven) Lebensversicherer übergibt. Der dafür zu zahlende Betrag wird als einmalige Schadenzahlung im Zahlungsdreieck berücksichtigt.

Diese Vorgehensweise hat den Vorteil, dass die zukünftige Stellung von Rentenrückstellungen berücksichtigt wird, führt jedoch zu zwei entscheidenden Problemen:

- Die hohen (auch negativen<sup>5</sup>) Einmalzahlungen passen nicht zu den sonst recht homogenen Schadenzahlungen in den Pools und können das Ergebnis daher verzerren.
- Die Abrechnung mit dem Rückversicherer bezieht sich nur auf tatsächliche Schaden- und Rentenzahlungen (und Reserven). Eine angemessene Berechnung des RV-Anteils ist daher nicht möglich.

Stattdessen sollten Renten also möglichst realitätsnah berücksichtigt werden, ohne die festgelegten regelmäßigen Rentenzahlungen mit jährlich zufälligen Schadenzahlungen in einem Pool zu vermischen. Dabei ist zu unterscheiden zwischen bereits anerkannten Renten und solchen, die erwartungsgemäß erst im Laufe der weiteren Abwicklung anerkannt werden.

Für jede **anerkannte Rente** sollte eine entsprechende stochastische Modellkomponente verwendet werden. Dazu wird zunächst mithilfe einer angemessenen Sterbetafel in jeder Realisation das zufällige Todesjahr des Rentenempfängers bestimmt. Bis zu diesem Jahr werden die jährlichen Rentenzahlungen in voller Höhe ausgezahlt, jede weitere Zahlung liegt bei 0. Wiederholt man dies häufig genug, nähert sich der Mittelwert der Zahlung im t-ten Folgejahr dem Erwartungswert, also dem Produkt aus der t-jährigen Überlebenswahrscheinlichkeit und der festgelegten jährlichen Rentenzahlung. Im Gegensatz zu einer reinen Erwartungswertbetrachtung werden hierdurch

---

<sup>5</sup> Negative Einmalzahlungen sind bei Rentenkürzungen im Zuge von Rentenanpassungen oder auch bei Abfindungen möglich, die nach bereits begonnener Rentenzahlung vereinbart werden und bei denen der Abfindungsbetrag unterhalb des Best Estimates der Renten-Deckungsrückstellung liegt.

allerdings auch besonders extreme Abwicklungen durch besonders späte oder frühe Todeszeitpunkte simuliert.

**Zukünftige Anerkennungen** können ebenfalls stochastisch modelliert werden. Dafür müssen die Pools um mögliche neue Renten erweitert werden, die ggf. für einen betroffenen Schaden in einem bestimmten Jahr zusätzlich zu einer Schadenzahlung simuliert, also gezogen, werden können. Diese neue Kategorie liegt in den allermeisten Fällen bei 0, d.h. es entsteht im Rahmen der Simulation nur in wenigen Fällen ein neuer Rentenfall, die meisten Schäden erhalten keine zufällige neue Anerkennung. Im Fall einer neuen Rente sind dort Rentenhöhe, Rentenbeginn, Rentenende sowie Geschlecht und Alter des Rentenempfängers aufzunehmen. Wird die entsprechende Zeile beim Sampling ausgewählt, so wird angenommen, dass durch den abzuwickelnden Schaden zukünftig die gleiche Rente entsteht. Diese wird wie eine anerkannte Rente abgewickelt. Insbesondere bei den simulierten Rentenhöhen und beim Alter des Rentenempfängers ist ebenfalls eine stochastische Komponente denkbar.

## 4. Anmerkungen

### 4.1 Absolute inkrementelle Zahlungen vs. Abwicklungsfaktoren

Im Gegensatz zu der hier vorgestellten Variante greift das Modell von Murphy/McLennan auf historisch beobachtete Abwicklungsfaktoren (des Schadenaufwands) anstelle von absoluten Zahlungen zurück. Dies kann aus den folgenden Gründen problematisch sein, wenn im Falle von Solvency II anstelle des Gesamtaufwands vollständige Zahlungs-Cashflows zur Diskontierung benötigt werden:

- Die Höhe eines Abwicklungsfaktors hängt stark von den bisher beobachteten Zahlungen eines Schadens ab. Abwicklungsfaktoren im zweistelligen Bereich sind keine Seltenheit und führen zu unrealistisch hohen simulierten Schadenzahlungen. Die intuitive Lösung, Abwicklungsfaktoren über einer vorher definierten Grenze auszuschließen, führt zu neuen Fragen zur Festlegung einer passenden Grenze und zum Umgang mit den ausgeschlossenen Faktoren.
- Abwicklungsfaktoren können wegen bisher ausgebliebenen Zahlungen nicht definiert sein.
- Der abzuwickelnde Schaden kann trotz eines Aufwandes, der ihn über die Großschadengrenze bringt, bisher zahlungslos sein und daher ohne Aufsatzpunkt für die Abwicklungsfaktoren.
- Die suggerierte Korrelation zwischen kumuliertem Zahlungsstand und zukünftigen Zahlungen ist in der Praxis auf Einzelschadenebene nur schwach ausgeprägt.

Daher ist es sinnvoll, anstelle von Abwicklungsfaktoren die historischen absoluten inkrementellen Zahlungen zu verwenden. Die Vorteile wiegen den Aufwand der Inflationierung auf.

### 4.2 Sensitivitätsanalysen und Backtesting

In das Modell fließen einige Parameter ein, die unternehmensindividuell bestimmt werden müssen. Hierzu gehören:

- Annahmen zur Schadeninflation in der Historie
- Annahmen zur Schadeninflation in der Zukunft
- Berücksichtigung von Trends und Ausreißern in der Datengrundlage für die Pools
- Jahr des Übergangs auf die Tailmethode
- Taillänge
- Großschadengrenze
- Anzahl und Einteilung der Reserveklassen

Neben der Datenaufbereitung liegt in der Wahl dieser Parameter die Hauptaufgabe des Aktuars. Mit Sensitivitätsanalysen sind die Auswirkungen einer leicht veränderten Parameterwahl quantifizierbar. Durch Anwendung der Methodik auf eine durch Abschneiden der letzten Geschäftsjahre gekürzte Historie kann ein rückwirkendes Backtesting je Reserveklasse bzw. für die Spätgroßschäden aufzeigen, wie gut die tatsächlichen Auszahlungen prognostiziert worden wären.

### 4.3 Abhängigkeiten

Während im Standardverfahren Chain Ladder auf Basis aggregierter Daten die Unabhängigkeit der Anfalljahre eine wesentliche Modellannahme darstellt, ergeben sich im stochastischen Modell weitere mögliche Abhängigkeiten, deren Existenz empirisch in den eigenen Daten analysiert werden sollte. Die Annahme bezüglich der Unabhängigkeit der Anfalljahre ist analog zum Chain Ladder auch hier zu

treffen, d.h. sie stellt analog zum aggregierten Verfahren eine Modellvoraussetzung dar. Die Inflationsbereinigung der historischen Daten schließt eine wesentliche Quelle der Abhängigkeit zwischen Kalenderjahren bereits aus oder reduziert sie zumindest, so dass die Unabhängigkeit von Kalenderjahren, die für das Modell notwendig ist, nach unserer Erfahrung als gegeben angenommen werden kann. Weitere Abhängigkeiten zwischen den Anfalljahren ergeben sich somit nicht.

Aufgrund der separaten Betrachtung aller einzelnen Schäden ergibt sich anders als im klassischen aggregierten Verfahren die Frage nach möglichen Abhängigkeiten zwischen den Schäden eines Anfalljahres, die aufgrund besonderer Effekte alle gemeinsame Tendenzen bezüglich des Endabwicklungsstands, aber auch bezüglich des Wegs dorthin (inkrementelle Zahlungen bzw. Übergangsfaktoren in einer CL-Sicht) aufweisen könnten. Diese wäre ebenfalls unter dem vorgestellten Ansatz unerwünscht. Hierzu zeigen grafische Analysen anhand der von uns untersuchten Bestände keinerlei Auffälligkeiten, so dass das in der nachfolgend beschriebenen Fallstudie verwendete Modell diesbezüglich Unabhängigkeit unterstellt.

Eine dritte mögliche Abhängigkeit kann innerhalb eines Schadens von einer Abwicklungsperiode zur nächsten entstehen. Hier ist zu untersuchen, ob hohe Zahlungen gehäuft auf vorherige hohe Zahlungen folgen. In dem Bestand, welcher der Fallstudie in Kapitel 5 zugrunde liegt, wurde eine leichte positive Abhängigkeit bei entsprechenden Analysen gefunden. Eine weitergehende Analyse der Ursachen zeigte, dass dies an (wenigen) rentenähnlichen Fällen lag, die nicht als bekannte Rentenfälle gekennzeichnet waren und dennoch über längere Zeit nahezu gleichmäßige inkrementelle Zahlungen aufwiesen. Eine Berücksichtigung dieses Effekts würde die Variabilität der Best Estimates der Einzelschäden leicht erhöhen, was zu einer entsprechenden Erhöhung der RV-Anteile führt. Da die erwarteten Zahlungen nur anders auf die Schäden verteilt würden, in der Summe jedoch gleichblieben, ist im aggregierten Ergebnis vor Rückversicherung jedoch keine Änderung zu erwarten. Um die Komplexität des Modells nicht unnötig zu erhöhen und unter Berücksichtigung der Wesentlichkeit wurde von einer Modellierung einer solchen Abhängigkeit abgesehen.

Somit unterstellt das vorgestellte Modell in den folgenden Bereichen eine Unabhängigkeit:

- Zwischen den Anfalljahren
- Zwischen den einzelnen Schäden
- Zwischen den inkrementellen Zahlungen (wie oben beschrieben ist insbesondere diese Unabhängigkeit kritisch zu analysieren)

#### 4.4 Grenzen des Verfahrens

Auf „**Größtschäden**“, die deutlich größer als alle bisher beobachteten Großschäden sind, sollte das Verfahren nicht angewendet werden. Die gesampelten Zahlungen würden die tatsächlichen Auszahlungen in der Regel deutlich unterschätzen. Solche Schäden sollten aus den Daten separiert und anders behandelt werden, zum Beispiel durch Verwendung der HGB-Reserve als BE-Reserve oder einen zusammen mit dem Fachbereich ermittelten Überleitungsfaktor.

Eine **kurze Datenhistorie** kann den Tailpool zu klein und damit instabil werden lassen. Zwar kann ein früherer Tailübergang das Problem reduzieren, ein zu früher Übergang kann aber dazu führen, dass sehr frühe Abwicklungsjahre den „Tailcharakter“<sup>6</sup> verfälschen und die benötigte Reserve

---

<sup>6</sup> Damit ist ein (bis auf die fallende Tendenz der Zahlungshöhe) geringerer Unterschied im Abwicklungsverhalten der späteren Abwicklungsperioden im Vergleich zur höheren Volatilität in Abwicklungsperioden zu Beginn der Abwicklung gemeint.

überschätzen. Eventuell führt die Methode mit einer zu kurzen Historie daher nicht zu sinnvollen Ergebnissen.

#### 4.5 Rückversicherungsanalysen

Für die versicherungsmathematische Funktion oder für die interne Unternehmenssteuerung kann der angemessene Preis eines Rückversicherungsvertrags von Interesse sein. Unter Verwendung der Ergebnisse der stochastischen Einzelschadenreservierung kann dieser zumindest für Schadenexzedentenverträge ermittelt werden. Das nachfolgend beschriebene Vorgehen skizziert eine Anwendung des vorgestellten Modells, die über die Best Estimate-Bewertung zu Solvency II-Zwecken hinausgeht. Dennoch liegt die Anwendung nahe, so dass dieser Abschnitt als Zusatz zu verstehen ist, der sich an die genannten Unternehmensbereiche wendet.

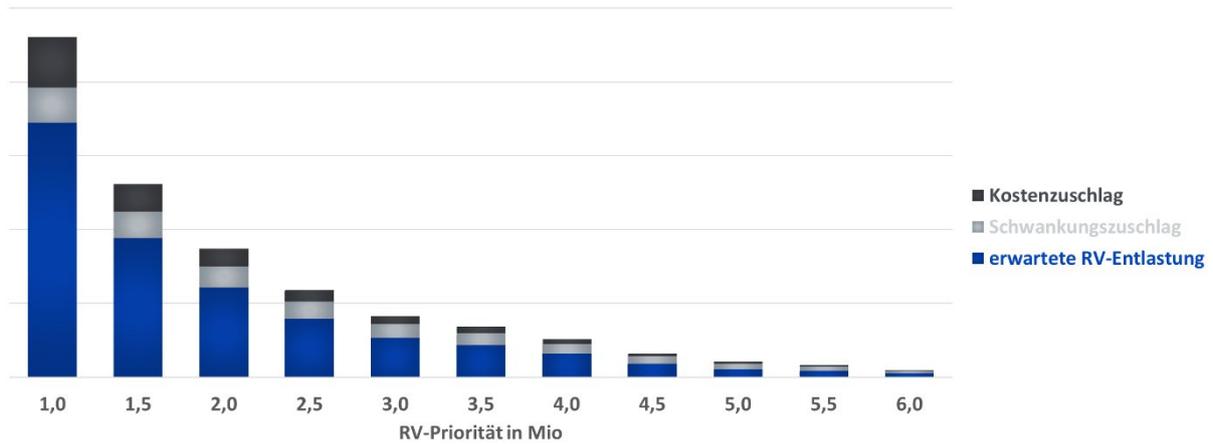
Wie üblich werden bei diesem Verwendungszweck in einem kollektiven Modell Schadenanzahl und Schadenhöhe separat modelliert. Die ultimative **Anzahl** der Großschäden je Schadenjahr kann analog zur Anzahl der Spätgroßschäden beispielsweise über ein additives Verfahren geschätzt werden (wofür ein zusätzliches Exposuremaß benötigt wird.). An die Zeitreihe der bestandsbereinigten Anzahlen wird dann eine Poisson- oder Negative Binomialverteilung angepasst.

Bei Vorliegen einer Indexklausel im Schadenexzedenten-Rückversicherungsvertrag kann aus der Brutto-**Schadenhöhe** keine Netto-Schadenhöhe abgeleitet werden. Stattdessen wird der gesamte Zahlungs-Cashflow benötigt. Eine einfache Anpassung von z.B. einer Pareto-Verteilung an die Schadenhöhen reicht zur Modellierung also nicht aus. Das Problem kann über ein **doppeltes Sampling** gelöst werden:

1. Alle bekannten Großschäden werden (als „as-if-Schäden“ des zu simulierenden Jahres) mit der stochastischen Einzelschadenreservierung abgewickelt. Für jeden Schaden kann der Rückversicherungsanteil dieser Realisation ermittelt werden.
2. Mit der Schadenanzahlverteilung wird zufällig die Anzahl  $n$  der Großschäden des zu simulierenden Jahres bestimmt.
3. Aus den abgewickelten bekannten as-if-Schäden aus Schritt 1 werden  $n$  Schäden zufällig (mit Zurücklegen) gezogen. Die Summe ihrer Brutto- und Netto-Schadenzahlungen ergibt die Brutto- und Netto-Schadenzahlungen des zu simulierenden Jahres für eine Realisation.

Wiederholt man diese Schritte häufig, entsteht eine Monte-Carlo-Simulation. Aus dieser können Erwartungswert und Standardabweichung der Rückversicherungs-Entlastung abgelesen werden, sodass mit marktüblichen Annahmen für Schwankungs- und Kostenloadings ein fairer Preis berechnet werden kann. Hierbei ist darauf zu achten, dass die Haftstrecke des Schadenexzedenten im Modell ausreichend repräsentiert wird.

Mit den Daten des Unternehmens aus der Fallstudie ergibt sich das folgende Bild:



Die Grafik zeigt den theoretisch ermittelten RV-Preis in Abhängigkeit verschiedener RV-Prioritäten. Somit können auch RV-Alternativen mit dem Modell entsprechend untersucht werden.

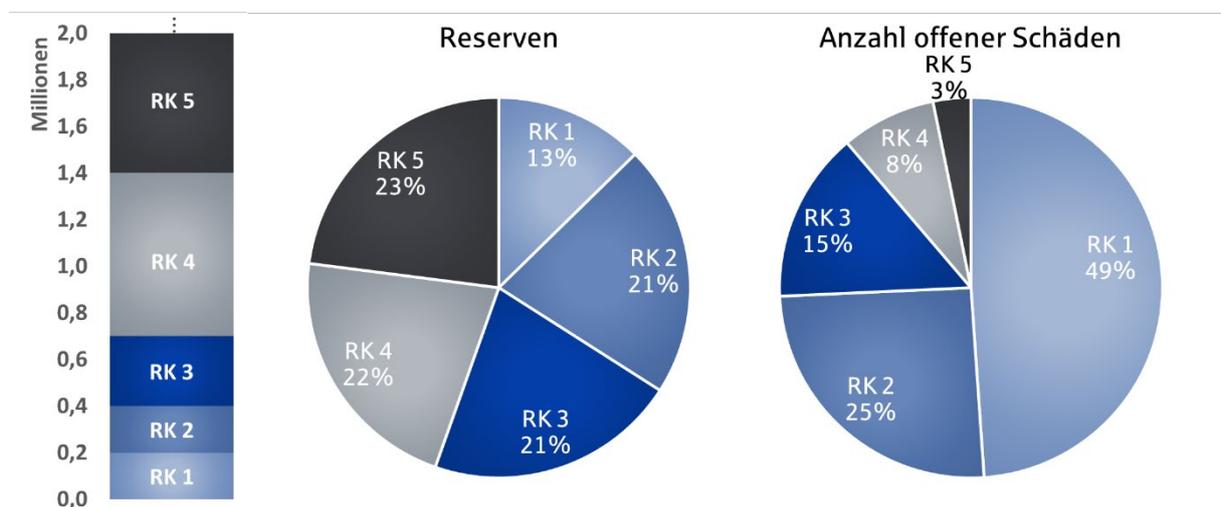
Bei der Anwendung in der Praxis ist natürlich zu beachten, dass die Zuschläge als Annahmen in die Preisermittlung eingehen und somit von tatsächlichen Werten der Rückversicherer abweichen können. Zudem kann die Situation am RV-Markt dazu führen, dass theoretische Preise nicht den tatsächlich erzielbaren Preisen entsprechen. Dennoch kann ein solches Modell einen entsprechenden Anhaltspunkt liefern und insbesondere bei der Abwägung zwischen verschiedenen RV-Alternativen eine Hilfestellung geben, z.B. zur Vorauswahl bestimmter Prioritäten, für die dann ein Marktpreis eingeholt werden kann.

## 5. Fallstudie

### 5.1 Aufstellung des Modells

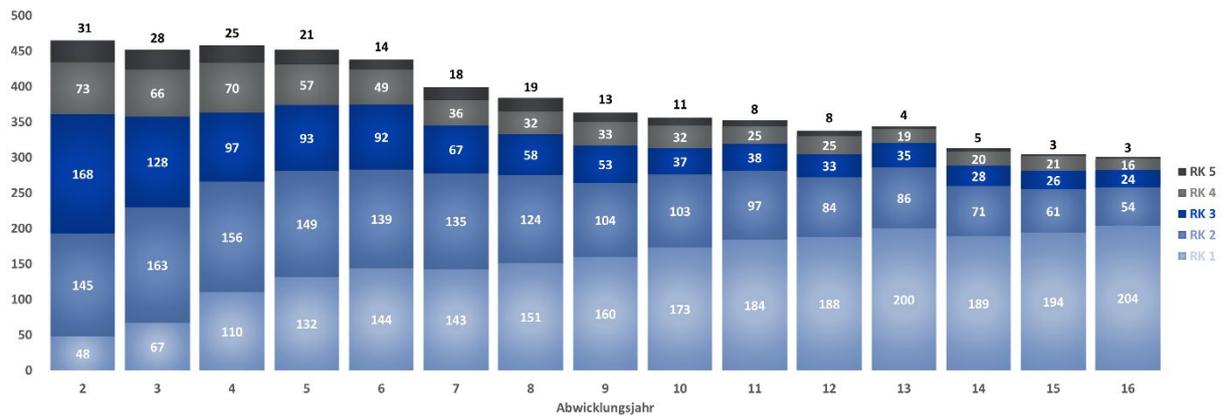
Das Modell wurde auf den Bestand eines mittelgroßen deutschen Versicherungsunternehmens angewendet. Um historische Zahlungen auf den heutigen Stand zu bringen, wurde aus den eigenen Schadendaten eine konstante Inflation von 1% abgeleitet. Für zukünftige Zahlungen wird eine Inflation von 1,5% angenommen, um stärkere zukünftige Preissteigerungen einzukalkulieren. Die Großschadengrenze wurde auf 400.000 Euro gesetzt. Daraus ergeben sich insgesamt 1.279 Großschäden, das entspricht in den jüngeren Schadenjahren etwa 42 Großschäden pro Schadenjahr.

Um etwaige Trends zu berücksichtigen, wurden für die Pools nur die Zahlungen der letzten 10 Jahre verwendet. Diese werden zunächst so in 6 Reserveklassen aufgeteilt, dass die höheren Reserveklassen ähnlich hohe Reserven enthalten:



RK 5 ist nach oben unbegrenzt. Die nicht dargestellte RK 0 fasst alle Schäden mit Reserve kleiner oder gleich 0 zusammen. Für den Best Estimate spielt diese Reserveklasse keine wesentliche Rolle. An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass die oben beschriebene Methode 3 zur Trennung von Basis- und Großschäden verwendet wurde, so dass in der Betrachtung keinerlei Basisschäden vorkommen. Auch die RK 1 enthält somit (kleine) Reserven von bereits bekannten Großschäden.

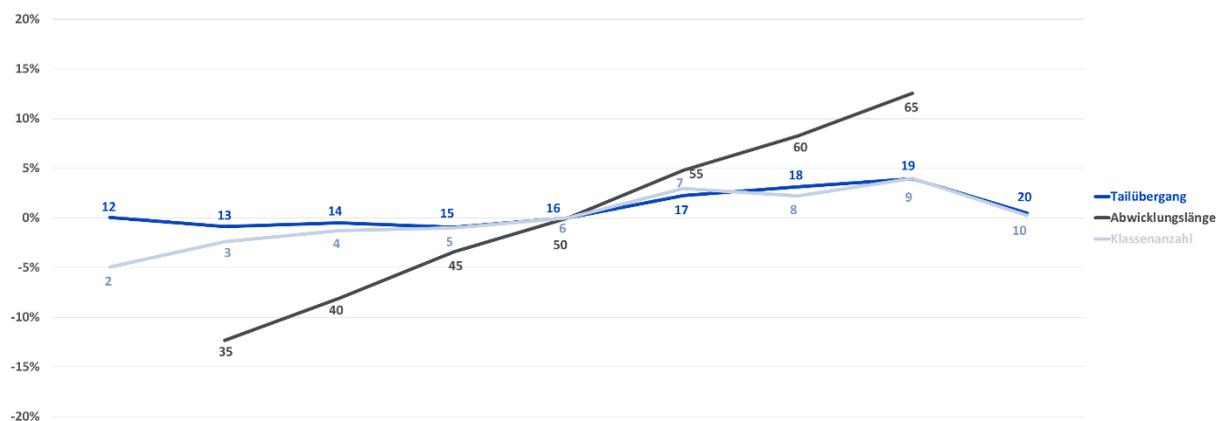
Zahlungen in dem Jahr, in dem ein Schaden zu einem Großschaden wird, gehören per Definition noch zu den Basisschäden. Ab dem zweiten Abwicklungsjahr wird die beschriebene Methode bis zum 16. Abwicklungsjahr angewendet. Dann noch offene Schäden werden mit der Tailmethode aus Kapitel 3.3 weiter abgewickelt. Die folgende Grafik stellt die Poolgrößen je Reserveklasse und Abwicklungsjahr dar:



Die geringe Zahl an Beobachtungen in den rechten oberen Pools, also für hohe Reserveklassen und späte Abwicklungsjahre, kann problematisch werden, wenn einzelne besonders hohe oder besonders niedrige Zahlungen den Best Estimate zu stark verändern. Hier ist abzuwägen zwischen einer angemessenen Poolgröße auf der einen Seite und einer feinen Trennung der Reservehöhen auf der anderen. Gegebenenfalls müssen dünn besetzte höhere Reserveklassen (in der Fallstudie z.B. RK 4 und RK 5) für einzelne Abwicklungsjahre zusammengefasst werden.

Als Abwicklungsende wurde im Anschluss an qualitative Überlegungen zur grundsätzlichen Abwicklungsdauer das 50. Abwicklungsjahr gewählt.

Für jeden Parameter wurde separat die Auswirkung einer sinnvollen leicht veränderten Wahl analysiert. Exemplarisch wird dies hier für den Übergang auf die Tailmethode, das Abwicklungsende und die Anzahl der Reserveklassen dargestellt:



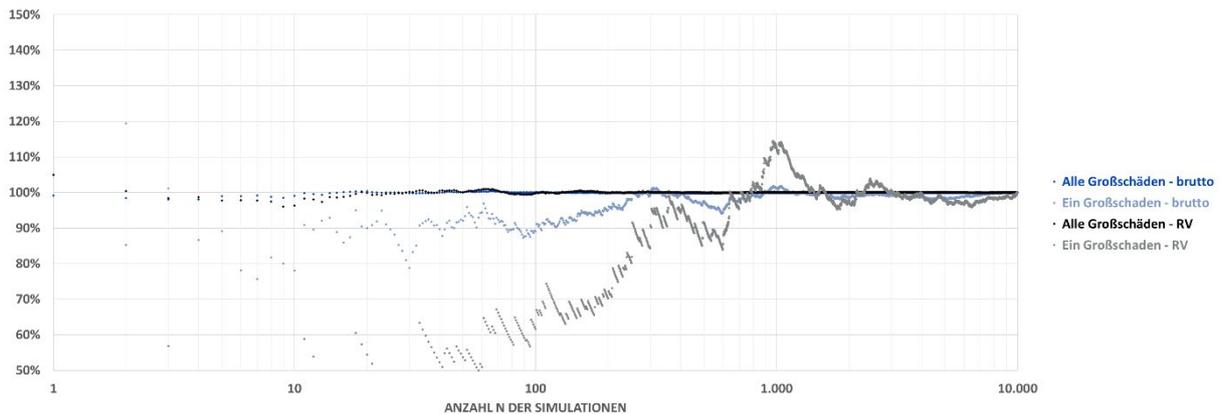
Die Abwicklungslänge ist hier in diesem Beispiel der einzige Parameter, bei dem schon leichte Veränderungen einen erheblichen Einfluss haben. Wie bei anderen Methoden auch kann diese Unsicherheit aufgrund der fehlenden Erfahrung des Marktes nicht behoben werden, hier muss eine sinnvolle Expertenschätzung bzw. eine plausible Annahme getroffen werden.

Im Folgenden werden die Ergebnisse sowohl für die Summe aller Schäden als auch für einen repräsentativen Einzelschaden beleuchtet. Dieser befindet sich zum Zeitpunkt der Analyse in der

höchsten Reserveklasse und im zweiten Abwicklungsjahr als Großschaden. Der HGB-Aufwand des Schadens liegt leicht unterhalb der Rückversicherungsgrenze.

## 5.2 Konvergenzverhalten

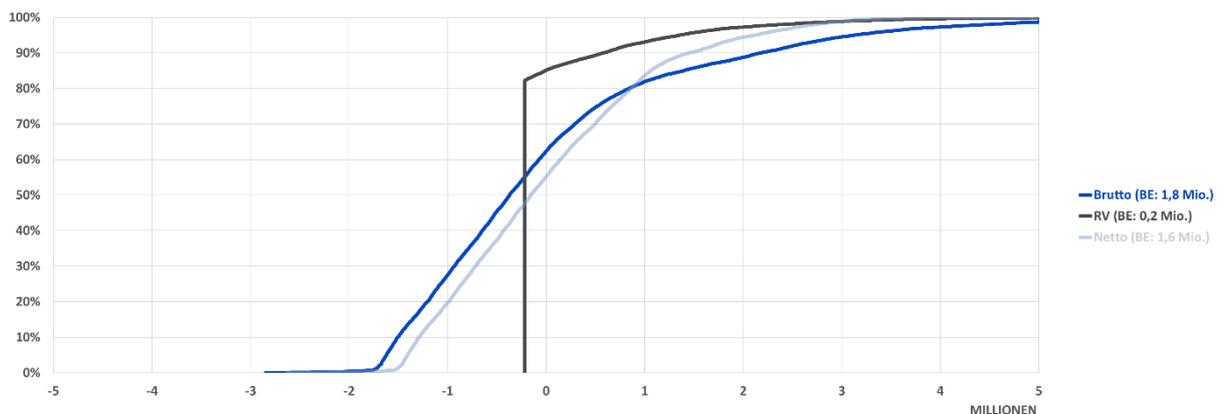
Die Anwendung wirft zunächst die Frage auf, wie viele Simulationen für ein stabiles Ergebnis erforderlich sind. Das folgende Beispiel geht davon aus, dass der Mittelwert nach 10.000 Simulationen dem Erwartungswert entspricht und setzt den Mittelwert nach n Simulationen dazu ins Verhältnis.



Es fällt auf, dass sowohl der Brutto- als auch der Rückversicherungs-Best Estimate in der Summe über alle Großschäden bereits nach wenigen Simulationen dicht am Erwartungswert liegen. Für einen stabilen Mittelwert eines einzelnen Schadens sind deutlich mehr Simulationen erforderlich, insbesondere in Bezug auf die Rückversicherungsentlastung.

## 5.3 Verteilung der Abweichung vom Best Estimate

Die folgende Grafik stellt die Abweichung der Ergebnisse je Simulation vom Best Estimate als Verteilungsfunktion dar (auf der Basis von 10.000 Simulationen), zunächst für den bereits beschriebenen Einzelschaden.



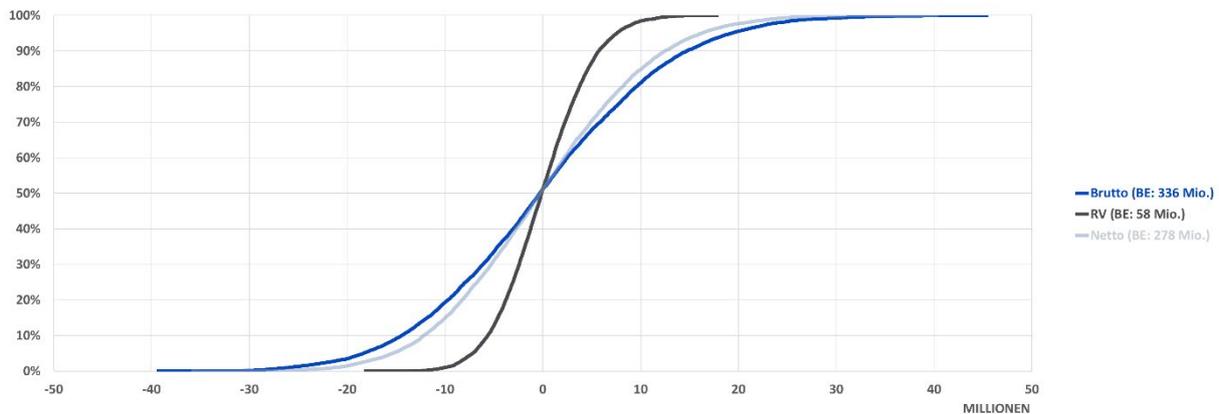
Brutto wird der Best Estimate nur in etwa 37% der Simulationen überstiegen, dafür beträgt die Differenz in etwa 5% der Fälle sogar mehr als 3 Mio. Euro. Obwohl die Methode nur aus den

historischen Beobachtungen zieht (ohne Extrapolation durch eine Verteilungsanpassung), werden also auch außergewöhnliche Abwicklungsverluste simuliert.

Der Rückversicherungs-Anteil liegt in etwa 83% der Simulationen bei null. In den anderen Simulationen wickelt sich der Brutto-Schaden schlecht genug ab, damit eine Rückversicherungsentlastung entsteht. Der Best Estimate der Rückversicherungsentlastung wird dadurch positiv, was in Anbetracht einer HGB-RV-Reserve von null bemerkenswert ist.

Die Netto-Verteilung der Abweichung vom Best Estimate ist im Vergleich zur Brutto-Verteilung leicht gegen den Uhrzeigersinn gedreht, was einer geringeren Streuung entspricht. Extreme Abweichungen vom Best Estimate sind also unwahrscheinlicher, was der intuitiven Erwartung an nicht-proportionale Rückversicherungsvereinbarungen entspricht.

Über die Summe aller Schäden zeigt sich das gleiche Bild:

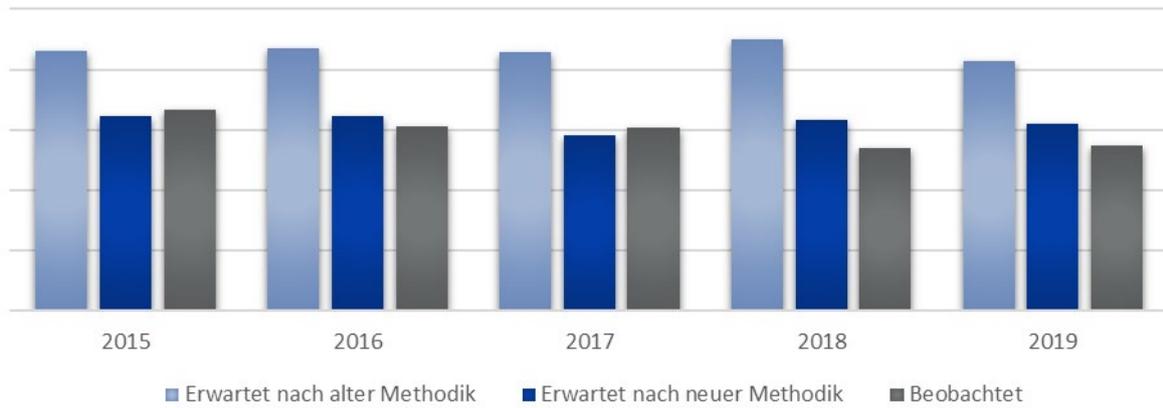


Bemerkenswert im Vergleich zur vorherigen Grafik ist, dass die absolute Abweichung vom Best Estimate immer unter 50 Mio. Euro liegt. Obwohl der Best Estimate im Vergleich zum Einzelschaden auf das fast 200-fache anwächst, wird die maximale Abweichung nur verzehnfacht. Hier zeigt sich der starke Ausgleich über den Schadenbestand.

Somit zeigen diese Auswertungen auch noch einmal deutlich, dass eine stochastische Modellierung des RV-Anteils zur Berechnung des zugehörigen Best Estimates bei Vorliegen einer nicht-proportionalen Rückversicherungsdeckung sinnvoll ist und im Sinne der aufsichtsrechtlichen Vorgaben als wahrscheinlichkeitsgewichteter Erwartungswert zukünftiger Cashflows die angemessenste Vorgehensweise darstellt (vgl. auch das Beispiel im Anhang). Die hier dargestellten Überlegungen zeigen aber auch, dass für die Anwendung des Verfahrens ein ausreichend großer Bestand an Großschäden vorhanden sein muss. In [1] wird von guten und stabilen Ergebnissen ab einem Bestand von ca. 200 Schäden berichtet.

#### 5.4 Backtesting und Vergleich mit klassischen Verfahren

In diesem letzten Abschnitt der Fallstudie wird analysiert, wie das beschriebene Modell in Backtesting-Analysen abschneidet. Dazu erfolgt auch ein Abgleich mit der vorherigen Vorgehensweise auf Basis klassischer Verfahren mittels aggregierter Schadendaten. Hierbei zeigt sich, dass das beschriebene Modell die erwarteten Cashflows deutlich besser voraussagt. Die nachfolgende Grafik zeigt im Vergleich zu der alten Methodik eine reduzierte Abweichung zwischen den im Vorjahr geschätzten Cashflows und der tatsächlichen Zahlung im Folgejahr (Summe über alle Anfalljahre für die Reservierungsjahre 2015 bis 2019):



Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse des stochastischen Modells für die Großschäden in Kombination mit einem Bootstrap-Verfahren des Basisschaden-Dreiecks im Vergleich zu einem Bootstrap-Verfahren auf Basis eines Gesamtdreiecks und einem zugehörigen Chain Ladder-Modell. Für den Best Estimate des Vergleichsmodells auf aggregierter Basis wurde hier analog zum bisher im Unternehmen verwendeten Verfahren ein Best Estimate durch Mischung von Chain Ladder-Modellen auf Basis der Zahlungs- und Aufwandsdreiecke berechnet. Die Bootstrap-Ergebnisse wurden multiplikativ auf diesen Best Estimate skaliert, der Variationskoeffizient bleibt somit unverändert. Die Daten sind in TEUR dargestellt und zur Anonymisierung des Bestands auf einen Beispielwert in ähnlicher Größenordnung skaliert.

Anfall-jahr	Stochastisches Modell GS + Bootstrap Basisschäden				Vorheriges Vorgehen auf Basis des Gesamtdreiecks			
	Best Estimate	CoV	75%-Quantil	99%-Quantil	Best Estimate in % des stochastischen Modells	CoV	75%-Quantil	99%-Quantil
		in % des Best Estimate				in % des Best Estimate auf Basis des vorherigen Vorgehens		
2000	10.000	22,8%	114%	164%	169,2%	24,9%	117%	159%
2001	10.953	22,6%	114%	160%	184,1%	24,7%	117%	157%
2002	14.204	19,2%	112%	152%	164,6%	24,0%	116%	158%
2003	15.620	19,7%	113%	154%	158,3%	23,3%	116%	154%
2004	19.665	18,2%	111%	149%	148,4%	23,4%	116%	153%
2005	20.899	17,1%	111%	144%	140,2%	22,1%	115%	151%
2006	26.391	15,5%	110%	141%	130,1%	22,8%	116%	153%
2007	36.011	15,1%	110%	141%	108,1%	21,4%	115%	150%
2008	27.066	16,9%	110%	145%	122,7%	21,9%	115%	151%
2009	38.292	13,2%	109%	134%	121,8%	21,2%	114%	151%
2010	38.038	14,2%	109%	136%	127,5%	20,0%	113%	147%
2011	35.000	14,9%	109%	139%	124,2%	19,0%	113%	144%
2012	39.577	15,8%	109%	143%	115,5%	18,0%	112%	142%
2013	46.238	14,7%	109%	139%	110,4%	16,6%	111%	139%
2014	73.795	10,9%	107%	128%	92,3%	15,1%	110%	135%
2015	68.668	12,9%	108%	134%	114,0%	13,5%	109%	133%
2016	68.405	12,7%	108%	132%	114,5%	13,8%	109%	133%
2017	48.045	13,9%	109%	137%	109,8%	13,9%	109%	133%
2018	74.054	12,2%	108%	131%	104,7%	12,3%	108%	129%
2019	86.107	11,2%	107%	129%	104,5%	11,4%	107%	127%
2020	97.755	10,6%	107%	127%	125,0%	10,9%	107%	127%
<b>Gesamt</b>	<b>980.067</b>	<b>3,1%</b>	<b>102%</b>	<b>107%</b>	<b>120,4%</b>	<b>7,6%</b>	<b>105%</b>	<b>118%</b>

Es zeigen sich deutliche Unterschiede im Best Estimate, während die Perzentile relativ zum jeweiligen Best Estimate in beiden Modellen ähnlich ausfallen. Dennoch zeigt sich, dass das bisherige Verfahren deutlich stärker streut. Die empirische Beobachtung im Rahmen des Backtestings zeigt, dass dies einen wesentlichen Grund für die stärkere Verschätzung der inkrementellen Cashflows darstellt. Das vorliegende Modell auf Einzelschadenbasis liefert deutlich bessere Ergebnisse, so dass auch der geringere Variationskoeffizient auf Gesamtebene plausibler ist.

## 6. Fazit

Das vorgestellte Modell liefert eine einfache, transparente und mathematisch fundierte Methode zur Projektion von Großschäden im Rahmen der Ermittlung von Best Estimate Rückstellungen unter Solvency II. Über die in [1] gelegten Grundlagen hinaus werden Besonderheiten in deutschen Haftpflichtsparten berücksichtigt, außerdem ist eine Berücksichtigung im Rahmen von Angemessenheitsanalysen der vorhandenen Rückversicherungsstrukturen möglich.

Die Anwendung in der Praxis hat gezeigt, dass das Modell den erwarteten Cashflow eines Kollektivs aus Großschäden deutlich besser projiziert als die bisher verwendeten Methoden auf Basis aggregierter Daten. Im Vergleich zu anderen mathematischen Ansätzen, die auf Einzelschadendaten basieren (z.B. GLM oder KI), ist durch die stochastische Modellierung eine angemessene Bewertung für die Rückflüsse aus nicht-proportionaler Rückversicherung möglich. Dies stellt hinsichtlich der Nutzung zu Solvency II-Zwecken einen der wesentlichen Vorteile des vorgestellten Modells dar. Die Erweiterung zur Integration in eine Rückversicherungsanalyse kann für die Arbeit einer versicherungsmathematischen Funktion und allgemein zur Bewertung von Rückversicherungspreisen hilfreich sein.

## Anhang: Beispiel für nicht angemessene Bewertungen des RV-Anteils einzelner Großschäden

Wie in der Einleitung beschrieben besteht bei großen Einzelschäden bei den üblicherweise verwendeten deterministischen Verfahren das Problem, dass je nach Vorgehensweise eine Über- oder Unterschätzung des Rückversicherungsanteils an der Best Estimate-Reserve entsteht. Das nachfolgende Beispiel betrachtet zwei Ansätze auf Einzelschadenbasis, wobei der Faktoransatz auf Basis der HGB-Anteile auch in aggregierter Form analoge Probleme verursachen kann. Das Beispiel zeigt daher, dass eine stochastische Betrachtung den angemessenen Weg zur Ermittlung eines Best Estimates des RV-Anteils darstellt.

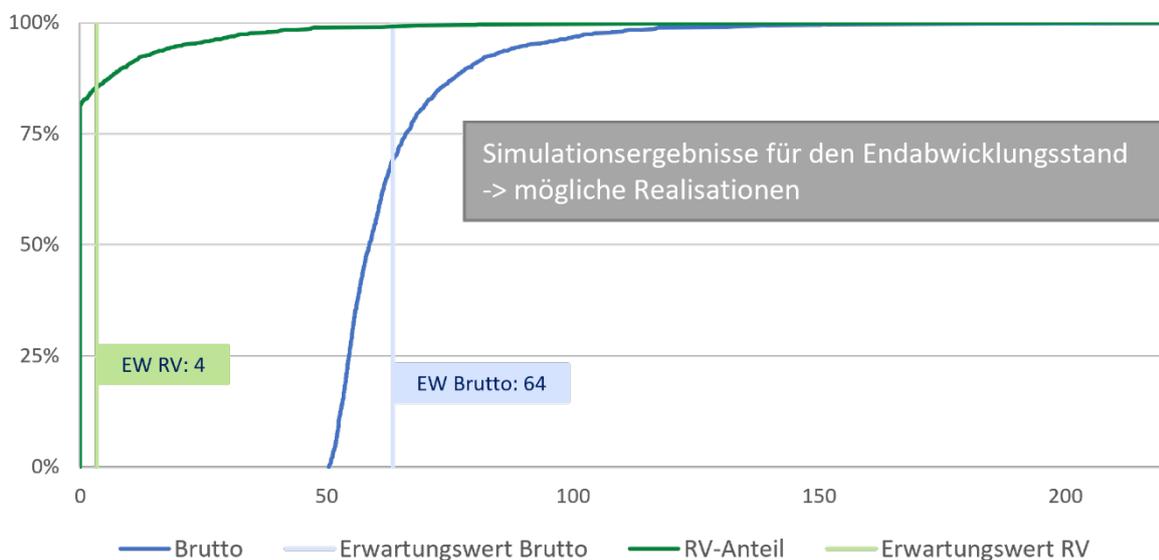
Wir betrachten einen Einzelschaden mit folgenden Abwicklungsdaten zum 31.12. des relevanten Bilanzjahres:

- Zahlungsstand 50
- HGB-Reserve Brutto: 80

Die RV-Priorität des vorhandenen Einzelschadenexzedenten beträgt 70, daher liegt der RV-Anteil an der HGB-Reserve bei 60.

Wir nehmen für die weitere Abwicklung des Schadens eine Lognormalverteilung an, wobei Regresse in diesem Beispiel nicht betrachtet werden. Die Untergrenze des Brutto-Endabwicklungsstands sind daher die erreichten 50.

Eine Simulation mittels einer entsprechend parametrisierten Lognormalverteilung zeigt folgendes Bild:



Der dunkelblaue Verlauf des Brutto-Endabwicklungsstands liegt zwischen der Untergrenze 50 und extremen Realisationen größer 200 (und damit im Extremfall sogar über dem aktuellen HGB-Aufwand). Der Erwartungswert liegt für den Brutto-Endabwicklungsstand bei 64. Der Best Estimate zum 31.12. beträgt somit  $64 - 50 = 14$ .

In jeder Simulation kann die RV-Struktur angewandt werden, dies führt dazu, dass in mehr als 75% der Fälle kein RV-Anteil entsteht, da der Schaden unter der Priorität von 70 bleibt. In den restlichen Fällen zeigt die dunkelgrüne Linie jedoch, dass der RV-Anteil größer als Null ist. Insgesamt ergibt sich ein Erwartungswert von 4.

Wird nun der Erwartungswert des Brutto-Endabwicklungsstandes verwendet, um den RV-Anteil zu ermitteln, ergibt sich folgende Rechnung:  $\text{Max}(0, \text{EW Brutto} - \text{Priorität}) = 0$ . Damit liegt der Wert deutlich unter dem Best Estimate von 4.

In diesem Fall wird der RV-Anteil demnach unterschätzt.

Eine andere übliche Vorgehensweise ist die Anwendung des HGB-RV-Faktors auf Basis der HGB-Reserven, der hier  $60/80 = \frac{3}{4}$  beträgt. Wird dieser Faktor verwendet, ergibt sich folgende Berechnung:  $\frac{3}{4} * 14 = 11$ . Damit liegt der Wert in diesem Ansatz wiederum sehr deutlich über dem Best Estimate von 4.

Hierbei wird der RV-Anteil somit deutlich überschätzt. Dieser Fall ist im Hinblick auf die Ermittlung der Bedeckungsquote sogar kritischer, da die Eigenmittel überschätzt und das SCR unterschätzt werden. In beiden Fällen ist dies auf den zu niedrigen Netto-Best Estimate zurückzuführen, der sich aus der Überschätzung des RV-Anteils ergibt.

Das Beispiel zeigt, dass nur eine stochastische Modellierung geeignet ist, um einen angemessenen Schätzer für solche Großschäden in Verbindung mit nicht-proportionalen RV-Verträgen zu ermitteln. Sofern die HGB-Brutto-Reserve auch als Best Estimate angesetzt wird, ist die Verwendung des Faktors (bzw. des HGB-RV-Anteils) natürlich konsistent und folgerichtig. In diesem Fall wird aber bereits der Brutto-Schätzer unter Umständen keinen angemessenen Best Estimate darstellen. In Beständen mit nur wenigen Großschäden kann dies natürlich dennoch eine sinnvolle Vereinfachung darstellen, die nicht im Widerspruch zu den obigen Überlegungen steht.

## Literaturverzeichnis

- [1] K. Murphy und A. McLennan, „A Method For Projecting Individual Large Claims,“ Casual Actuarial Society Forum, 2006.
- [2] DAV-Ergebnisbericht, „Actuarial Data Analytics – der Weg zur Einzelschadenreservierung,“ 2021.
- [3] C. Kortebein und et. al., Interne Risikomodelle in der Schaden-/Unfallversicherung, Karlsruhe: VVW Karlsruhe, 2008.
- [4] H. Drees, L. De Haan und S. Resnick, „HOW TO MAKE A HILL PLOT,“ *The Annals of Statistics*, Vol. 28, No 1, p. 254–274, 2000.
- [5] DAV-Ergebnisbericht, „Zins und Inflation in der Schaden-/Unfallversicherung,“ 2013.
- [6] GIRO UK-Working Party, „Claims Inflation - Uses And Abuses,“ 2005.
- [7] DAV-Ergebnisbericht, „Methoden zur Schätzung von Schaden- und Prämienrückstellungen,“ 2019.
- [8] Institute of Actuaries (Great Britain), „Claims Reserving Manual v2,“ 1997.