



Einzelschadenreservierung revisited

Objektivierung der Großschadengrenze, Parameterrisiko und stochastische Inflation

Prof. Dr. Benedikt Funke, Professor für Risikomanagement & Co-Leiter FaRis @ivwKöln

Agenda

1. Motivation & Benchmark-Modell
2. Objektivierung der Großschadengrenze
3. Relative Zahlungsfaktoren & Parameterrisiko
4. Stochastische Inflation
5. Empirische Ergebnisse
6. Reserverisiko & Standardformel-Benchmarking
7. Zusammenfassung & Ausblick

Motivation

Status quo – Grenzen aggregierter Verfahren

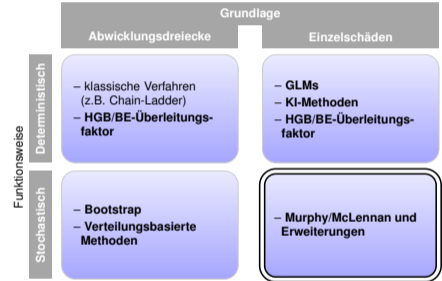
- ▶ Aggregation eliminiert Einzelrisikoinformation vollständig
- ▶ **XL-RV** kaum sachgerecht abbildbar

Stochastisches ICR (Murphy & McLennan 2006)

- ▶ Zufällige Abwicklung jedes Großschadens aus historischen Pools
- ▶ Monte-Carlo-Simulation von Brutto-/Netto-Cashflows

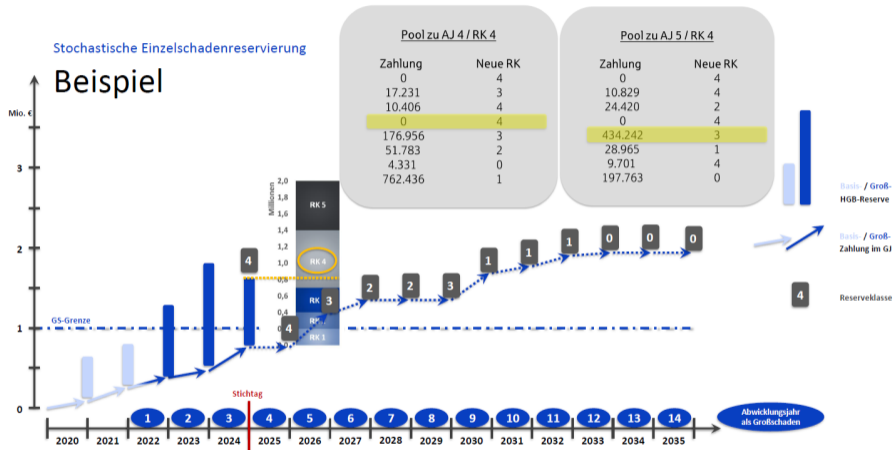
Vorteile (Ergebnisbericht UAG SICR, DAV 2025)

- ▶ BE der **RV-Anteile** ohne grobe Vereinfachung ableitbar
- ▶ **Abwicklungsverhalten** durch Pool-Clustering transparent
- ▶ Solvency II: Best Estimate vor *und* nach RV verankert



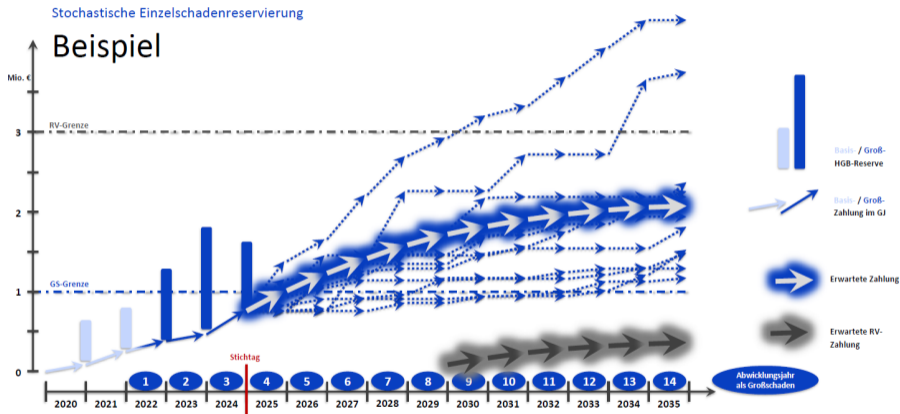
Quelle: Ergebnisbericht UAG SICR, DAV 2025

Benchmark-Modell: UAG SICR (I/II)



Quelle: Skowasch, Herbsttagung DAV/DGVFM 2025

Benchmark-Modell: UAG SICR (II/II)



Quelle: Skowasch, Herbsttagung DAV/DGVFM 2025

Übersicht: Beiträge dieser Arbeit

1. Objektivierung der Großschadengrenze

- ▶ Nichtparametrisches Schätzverfahren für die Festlegung der Großschadengrenze
- ▶ Komplementierung etablierter (meist) grafischer Verfahren

2. Berücksichtigung Parameterrisiko

- ▶ Bootstrap-Ansatz
- ▶ Probabilistische Modellierung der RK-Übergänge
- ▶ Varianzzerlegung: Prozess- vs. Parameterrisiko

3. Stochastische Inflation

- ▶ Mean-Reversion-Modell (hier: Vasiček), parametrisiert aus Daten
- ▶ Starker Einfluss auf den Best Estimate (sh. Ergebnisbericht UAG)

4. Modellierung Reserverisiko

- ▶ Einjähriges CDR-Konzept vs. Ultimate-Perspektive
- ▶ Benchmarking gegen Standardformel
- ▶ Bislang nur für Großschäden umgesetzt

Hinweis: IBNR-Modellierung gemäß Benchmark-Ansatz (vgl. UAG *S/CR*, DAV 2025). Rentenfälle sind in dieser Arbeit nicht berücksichtigt.

Modellarchitektur: Vier Evolutionsstufen

Mod.	Zahlungsmodell	Übergang	Param.-risiko	Inflation
M1	Resampling (abs.)	Empirisch	keins	determin.
M2	Lognormal (rel.)	Dirichlet	nicht expl.	determin.
M3	LN + Bootstrap	Dirichlet	Zahlungen + Übergänge	determin.
M4	LN + Bootstrap	Dirichlet	Zahlungen + Übergänge	Vasiček

M1 → M2: Relative Zahlungsfaktoren

- ▶ Lognormales Faktormodell ($F_t = C_t/C_{t-1}$) für kumulierte Zahlungen
- ▶ Dirichlet-Übergangswahrscheinlichkeiten

M2 → M3 → M4: Risikomodellierung

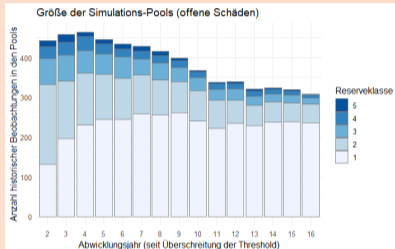
- ▶ **M3**: Bootstrap der LN-Parameter + (gestörte) Dirichlet Übergangswahrscheinlichkeiten
- ▶ **M4**: Zusätzliche Modellierung stochastischer Inflation

Der Datensatz: Kfz-Haftpflicht-Großschäden

Deskriptive Kennzahlen

Kennzahl	Wert
<i>Portfoliostruktur</i>	
Gesamtanzahl Schäden	3.675
Großschadengrenze t_0	200.000 EUR
Offene Großschäden (RBNS)	725
<i>Ultimates geschlossener Großschäden (indexiert)</i>	
Anzahl	356
Mittelwert	440.166 EUR
Median	349.946 EUR
Maximum	2.562.546 EUR
Variationskoeffizient	65,7 %

Pool-Größen je (Anfalljahr, Reserveklasse)

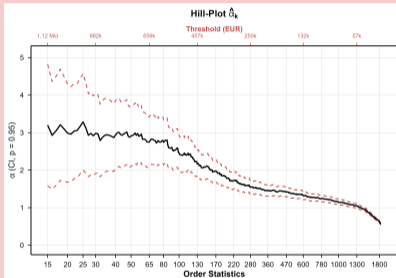


Illustratives Kfz-Haftpflicht Portfolio, Anfalljahre 1962-2023

- ▶ RV-Struktur: Kombination aus
 - ▶ Quotenrückversicherung (20–70%) und
 - ▶ Einzelschadenexzedent (XL), variierend über die Anfalljahre

Festlegung Großschadengrenze: Best Practices

Hill-Plot $\hat{\alpha}_k$



Mean-Excess-Plot $e(u)$



Ausgangslage

Beide grafischen Verfahren erlauben keine objektive Festlegung der Großschadengrenze t_0 .

Festlegung Großschadengrenze: Kernidee

Annahme: Dichte f_X besitzt *eine* Sprungstelle

Die Dichte der Schadenuktimates besitzt an der Stelle t_0 einen Sprung:

$$d_0 := f_X(t_0^-) - f_X(t_0^+) > 0$$

Idee: Schätze f_X von *links* und *rechts* separat. Der maximale Kontrast führt zu \hat{t}_0 .

Diagnostikfunktion (F. & Hirukawa 2025)

Einseitige Kerndichteschätzer $\hat{f}_X^\pm(x)$:

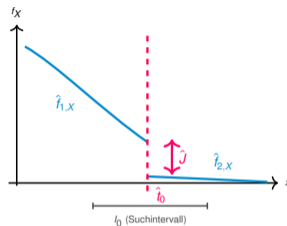
$$\hat{J}(x) = \hat{f}_X^-(x) - \hat{f}_X^+(x)$$

Sprungstellenschätzer:

$$\hat{t}_0 = \arg \max_{x \in I_0} |\hat{J}(x)|$$

Eigenschaften: Konsistenz, Asymptotische Normalität.

Schätzprinzip



Nichtparametrisches Verfahren

- ▶ Keine GPD-Annahme notwendig
- ▶ Strukturannahmen an Bandbreite und Dichte
- ▶ A-priori-Kennntnis eines Suchintervalls

Festlegung Großschadengrenze: Die „Lupe“

Idee: Transformation als Lupe

Problem: Schätzung der Sprunghöhe d_0 (und damit von t_0) bei kleinem Stichprobenumfang (insb. im Tail-Bereich) ungenau.

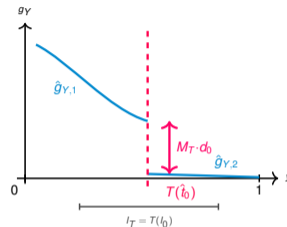
Idee: Nutze monotone Transformation $T: \mathbb{R}_+ \mapsto [0, 1]$

1. Skalierungsfaktor $M_T(t_0) = 1/T'(t_0)$ (die „Lupe“) **vergrößert** den Sprung um Faktor $M_T \gg 1$
2. Schätzer: $\hat{t}_T := \arg \max_{y \in I_T} |\hat{J}(y)| = \arg \max_{y \in I_T} |\hat{g}_Y^-(y) - \hat{g}_Y^+(y)|$
3. $\hat{g}_Y^\pm(x)$ Schätzer der transformierten Dichte
4. Rücktransformation: $\hat{t}_0 := T^{-1}(\hat{t}_T)$

Eigenschaften (F. & Hirukawa 2026)

Konsistenz und **asymptotische Normalität** von \hat{t}_0 . Keine GPD-Annahme, keine parametrische Verteilungsannahme.

Der Lupen-Effekt

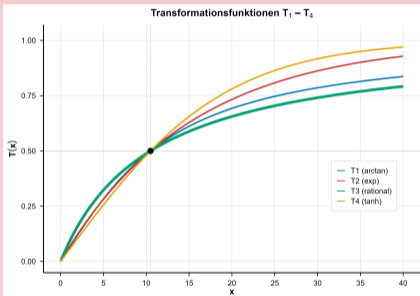


Regularisierungsparameter

- ▶ Qualität der Schätzung hängt von Bandbreite ab
- ▶ Unsicherheit zweiter Ordnung durch Festlegung des Selektionsalgorithmus' (bspw. CV)

Transformationsfunktionen: Beispiele

$T: \mathbb{R}_+ \rightarrow [0,1]$ – vier (exemplarische) Kandidaten



Transformationen und Skalierungsfaktoren (t_M = Mittelpunkt von I_0)

	$T_j(x)$	$T_j'(t_M)$	M_{T_j}
T_1	$\frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{x}{t_M}\right)$	$\frac{1}{\pi t_M}$	πt_M
T_2	$1 - e^{-x \ln 2 / t_M}$	$\frac{\ln 2}{2 t_M}$	$\frac{2 t_M}{\ln 2}$
T_3	$\frac{x/t_M}{1+x/t_M}$	$\frac{1}{4 t_M}$	$4 t_M$
T_4	$\tanh\left(\frac{x \ln 3}{2 t_M}\right)$	$\frac{3 \ln 3}{8 t_M}$	$\frac{8 t_M}{3 \ln 3}$

Ergebnis für unser Portfolio

- ▶ Wähle $I_0 = [1, 20]$ und dementsprechend $t_M = 105$ TEUR
- ▶ **Empfehlung:** T_3 – stärkster Kontrast ($M_{T_3} = 42$) – liefert:

$$\hat{t}_0 \approx 200 \text{ TEUR}$$

Praktische Relevanz / Use Case

Validierung der Großschadengrenze im internen UW-Risk-Modell (Pricing / Reserve Risk).

Relative Zahlungsfaktoren: Motivation

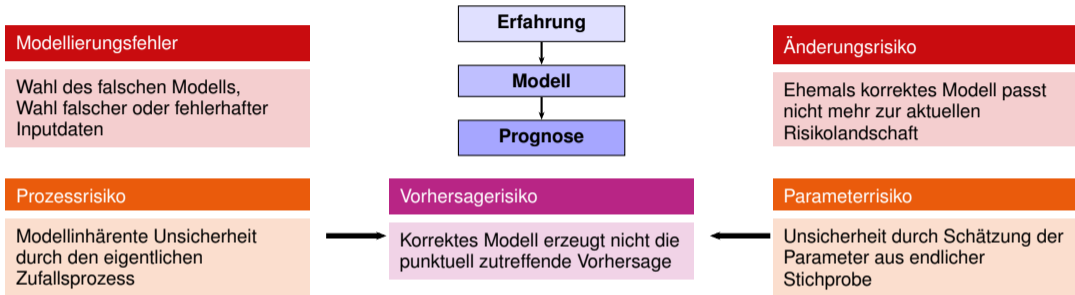
Ausgangspunkt: Absolutes Resampling (M1)

- ▶ **Zufälliges Ziehen** von Tupeln historischer Zahlungen und neuer Reserveklassen
- ▶ Beispielhafte Implikationen dieses Vorgehens
 - ▶ **Zero-Inflation:** Sehr häufig wird "0" gezogen \Rightarrow multimodale, schwer modellierbare Verteilungen
 - ▶ **Statische Fortschreibung:** Historische Euro-Beträge werden in die Zukunft projiziert
 - ▶ **Skalenabhängigkeit** durch absolute Zahlungen

Alternative: Relative Faktoren (M2–4)

- ▶ Link Ratio der kumulierten (& indexierten) Zahlungen als Abwicklungsmetrik: $F_t = C_t / C_{t-1}$
- ▶ Murphy & McLennan (2006): Entwicklung über **aufwandsbasierte** Faktoren
- ▶ **Hier:** Trennung der Abwicklungsdynamik mittels
 - ▶ Modellierung von Zahlungsfaktoren,
 - ▶ diskretisierter Reserveentwicklung (Reserveklassen)
- ▶ Denkbare Alternative: Fortschreibung der Zahlungen und der Reserven über jeweils eigene Pattern

Risikomodellierung: Fehlerquellen



Prognosefehler (MSE) bei der Vorhersage der kumulierten Zahlungen (illustrativ, Einzelrisiko):

$$E\left((C_{t+1} - \hat{C}_{t+1})^2 \mid \mathcal{H}_t\right) \approx \underbrace{E\left((C_{t+1} - E(C_{t+1} \mid \mathcal{H}_t))^2 \mid \mathcal{H}_t\right)}_{\text{Prozessvarianz}} + \underbrace{E\left((\hat{C}_{t+1} - E(\hat{C}_{t+1} \mid \mathcal{H}_t))^2 \mid \mathcal{H}_t\right)}_{\text{Schätzvarianz}}$$

Relative Zahlungsfaktoren: Modellierung

Pooling historischer Zahlungsfaktoren und Reservestände

- ▶ Jeder Pool enthält $N_{j,i}$ Faktoren $F_t = C_t/C_{t-1}$ aus vergleichbaren Großschäden.
- ▶ (j,i) = (Abwicklungsjahr seit Überschreiten der Großschadengrenze) \times (Reserveklasse)
- ▶ Pool-spezifische MLE-Schätzer für $F_{j,i} \sim \text{LN}(\mu_{j,i}, \sigma_{j,i}^2)$

$$\hat{\mu}_{j,i} = \frac{1}{N_{j,i}} \sum_{\ell=1}^{N_{j,i}} \ln F_{\ell}$$

$$\hat{\sigma}_{j,i}^2 = \frac{1}{N_{j,i}} \sum_{\ell=1}^{N_{j,i}} (\ln F_{\ell} - \hat{\mu}_{j,i})^2$$

Beispiel: Pool ($j=4, i=2$)

Historische Beobachtungen

ID	C_{t-1}	P_t	R_t
#101	500.000	50.000	160.000
#102	700.000	70.000	180.000
#103	450.000	450.000	0
#104	800.000	0	250.000
#105	600.000	120.000	500.000

Abgeleitete Größen

ID	$F_t = \frac{C_{t-1} + P_t}{C_{t-1}}$	Neue Reserveklasse k
#101	1,10	2
#102	1,10	2
#103	2,00	0 (Geschl.)
#104	1,00	3
#105	1,20	4

Exkurs: Parameterrisiko in internen Modellen

Status quo

- ▶ Parameterrisiko in internen Modellen **häufig vernachlässigt** oder nur unzureichend modelliert (Diers 2007; Fröhlich & Weng 2018)
- ▶ Standardformel: σ -Faktor enthält Parameterrisiko nur **implizit** – keine explizite Modellierung
- ▶ Standard-Bootstrap **unterschätzt** den Kapitalbedarf, da Varianz-Parameter-Unsicherheit nicht vollständig erfasst wird (Fröhlich & Weng 2018)
- ▶ EIOPA-Studie (2024): Signifikante Variation interner Modelle bei der Behandlung des Reserverisikos führt zu hoher Dispersion der Kapitalintensitäten

Regulatorischer Rahmen

- ▶ **Solvency II** (Art. 101): SCR = VaR_{99,5%} über 1 Jahr – Parameterrisiko nicht explizit adressiert
- ▶ **RL 2009/138/EG** (Art. 121): Statistische Qualitätsstandards für interne Modelle – Schätzfehler und Parameterunsicherheit sind zu berücksichtigen
- ▶ **EIOPA ORSA-Guidelines**: Unsicherheiten in Rückstellungs- und SCR-Annahmen sind zu identifizieren

Ausgewählte Literatur

- ▶ Diers (2007): Grundlagen Prozess-/Parameterrisiko
- ▶ Diers, Eling, Linde (2013): Parameterrisiko im Prämienrisiko
- ▶ Bignozzi & Tsanakas (2016): Residual Risk
- ▶ Venter & Sahasrabudde (2015): Praxisperspektive
- ▶ Fröhlich & Weng (2018): Bootstrap-Limitationen

Parameterrisiko: Zwei Stellschrauben

Benchmark (M1)

- ▶ Resampling historischer Tupel (absolute Zahlung, Folgeklasse)
 - ▶ Zahlungen und Übergänge **gemeinsam** aus endlichem Pool gezogen
- ⇒ Nur **Prozessrisiko**

Faktormodelle (M2 – M4)

Prozessrisiko (M2):

- ▶ Zahlungsfaktoren $F_{j,i}$: probabilistisch (Lognormal)
- ▶ Reserveübergänge $\bar{p}_{j,i}$: probabilistisch (Dirichlet)
- ▶ Parameter aus Daten geschätzt, **fixiert**

+ Parameterrisiko (M3):

- ▶ Zahlungsparameter Lognormalverteilung: **Bootstrap**
 - ▶ Übergangsverteilung: gestörte Gewichte über Dispersionsparameter
- ⇒ **Prozess-** und **Parameterrisiko** quantifizierbar

+ Stochastische Inflation (M4):

- ▶ UAG-SICR-Modell: Wahl des Inflationsindex hat maßgeblichen Einfluss auf die Best Estimates
- ▶ Separate Modellierung über stochastischen Prozess

Reserveklassenübergänge: Dirichlet-Modell

Übergangmodell je Pool (j, i)

- ▶ Übergang von Reserveklasse i in neue Klasse $k \in \{0, \dots, K\}$ als Markov-Prozess
- ▶ Übergangswahrscheinlichkeiten:
 $\vec{p}_{j,i} = (p_{j,i \rightarrow 0}, \dots, p_{j,i \rightarrow K})$
- ▶ Stochastische Modellierung:

$$\vec{p}_{j,i} \sim \text{Dirichlet}(\kappa \cdot \vec{N}_{j,i})$$

- ▶ $\vec{N}_{j,i} = (N_{j,i \rightarrow 0}, \dots, N_{j,i \rightarrow K})$:
historisch beobachtete Übergangszahlen je Pool
- ▶ κ : Optionaler Dispersionsparameter
Steuerung der Daten-Reliabilität

Dirichlet-Verteilung

- ▶ Multivariate Verallgemeinerung der Beta-Verteilung
- ▶ Träger: Simplex $\sum_k p_k = 1, p_k \geq 0$

Momente

- ▶ Erwartungswert:

$$\mathbb{E}[p_{j,i \rightarrow k}] = \frac{N_{j,i \rightarrow k}}{N_{j,i}} =: \bar{p}_{j,i \rightarrow k}$$

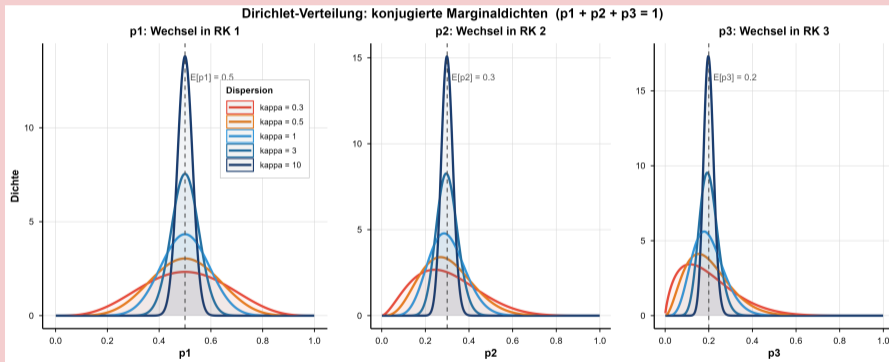
unabhängig von κ

- ▶ Varianz:

$$\text{Var}[p_{j,i \rightarrow k}] = \frac{\bar{p}_{j,i \rightarrow k}(1 - \bar{p}_{j,i \rightarrow k})}{\kappa \cdot N_{j,i} + 1}$$

Dirichlet-Verteilung: Effekt von κ

Marginaldichten für drei Reserveklassen



Stochastische Inflation: Vasiček-Modell

Benchmark-Modell UAG-SICR

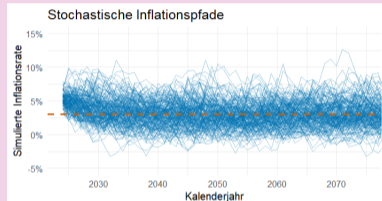
- ▶ Deterministische Annahme (z. B. 3 % p. a.) ignoriert Zukunftsunsicherheit
- ▶ Skowasch (2025): Inflation hat **stärksten Sensitivitätseinfluss** auf Best Estimates

Diskretes Vasiček-Modell

$$I_{t+1} - I_t = \alpha(\mu - I_t) + \varepsilon_t$$

- ▶ μ : langfristiger Mittelwert
- ▶ α : Reversionsgeschwindigkeit ($0 < \alpha < 1$)
- ▶ ε_t : stochastischer Schock
(Residuen-Resampling, non-parametrisch)

Simulierte Inflationspfade



Implementierung

- ▶ Schätzung basierend auf exemplarischer historischer Indexreihe (VPI): $\hat{\mu} = 3,03\%$, $\hat{\alpha} = 0,184$, $\hat{\sigma}_{\varepsilon} = 1,12\%$
- ▶ Fixe Koeffizienten (kein Bootstrap der β)
⇒ Prozessrisiko der Inflation, kein Parameterisiko
- ▶ Capping: $I_t \in [-5\%, 15\%]$
- ▶ Alternativen: CIR, ARIMA, Regime-Switching

Modell 4: Simulationsablauf im Überblick

Vorbereitung (einmalig)

- ▶ Indexierung, Pool-Konstruktion ($\geq t_0$)
- ▶ Diskretisierung der Reserveklassen
- ▶ Kalibrierung Inflationsmodell

Äußere Schleife ($b = 1, \dots, B$)

Je Lauf ein neuer Parametersatz \mathcal{P}_b :

- 1. Inflationspfad:**
Stochastischer Pfad via Vasiček
(Residuen-Resampling)
- 2. Bootstrap Zahlungsparameter:**
Ziehen m. Z. aus hist. Faktoren
 $\Rightarrow \hat{\mu}_{j,i,b}, \hat{\sigma}_{j,i,b}^2$ je Pool (j,i)
- 3. Übergangswahrscheinlichkeiten:**
 $\bar{p}_{j,i,b} \sim \text{Dir}(\kappa \cdot \bar{N}_{j,i})$

Innere Schleife ($n = 1, \dots, N$)

Prozessrisiko bei fixem \mathcal{P}_b . Für jeden offenen Großschaden und jedes zukünftige Jahr:

1. Zahlungsfaktor je Pool (j,i):
 $F_{j,i} \sim \text{LN}(\hat{\mu}_{j,i,b}, \hat{\sigma}_{j,i,b}^2)$
2. Neue Reserveklasse:
 $k \sim \text{Mult}(\bar{p}_{j,i,b})$
3. Zahlung berechnen, inflationieren,
diskontieren
4. XL-RV auf Einzelschadenbasis

\Rightarrow Diskontierte CFs (brutto, zediert, netto)

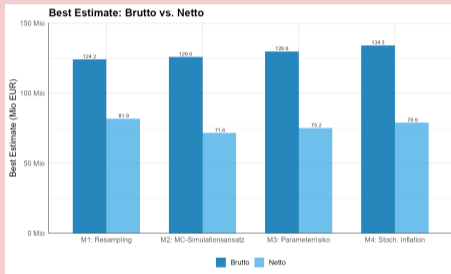
Gesamtumfang (exemplarisch)

Äußere Läufe (Parametersätze)	$B = 200$
Innere Läufe (Prozessrisiko)	$N = 500$
Offene Großschäden	725

$\Rightarrow B \times N = 100.000$ vollständige Abwicklungen

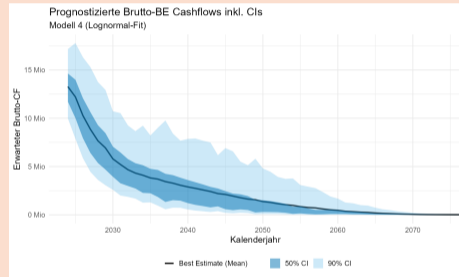
Ergebnisse: BEs der Großschäden

Brutto-/Netto-BEs je Modellstufe



Brutto-Netto-Best-Estimates (M1-M4)

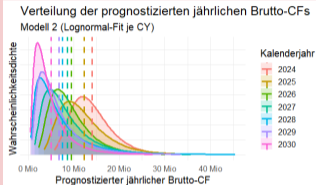
Fan Chart Modell 4



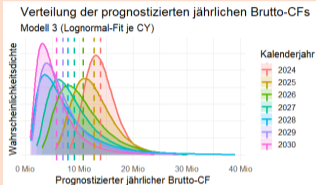
Prognostizierte Brutto-Cashflows inkl. CIs (Modell 4)

Ergebnisse: Verteilung der jährlichen Cashflows

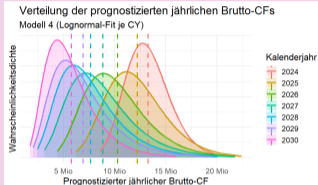
M2: Prozessrisiko



M3: + Parameterrisiko



M4: + stoch. Inflation

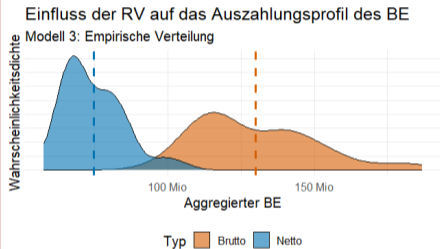


Interpretation

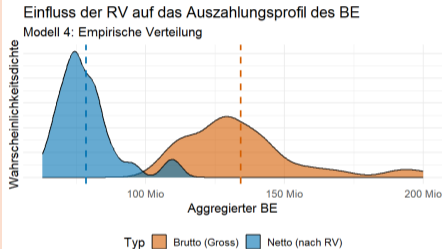
- ▶ M2 → M3: Erhöhte Volatilität durch Berücksichtigung Parameterrisiko.
- ▶ M3 → M4: Translation *und* erhöhte Volatilität durch Modellierung stochastischer Inflation.

Ergebnisse: XL-Bewertung auf Einzelrisikobasis

M3: Brutto vs. Netto



M4: Brutto vs. Netto

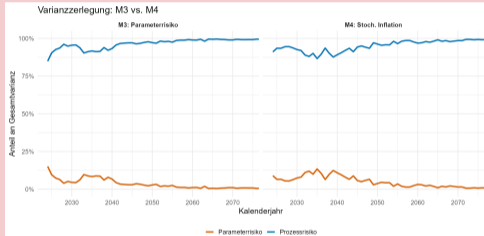


Mehrwert der Einzelschadenbetrachtung

- ▶ XL-RV-Wirkung ist **nicht-linear**: Reduktion des BE *und* der Volatilität
- ▶ Konsistente Brutto-Netto-Überleitung als zentraler Vorteil der Einzelschadenmodellierung
- ▶ **Praktische Relevanz**: Komplementierung der RV-Einkaufsstrategie: Kosten-Nutzen-Analyse einzelner XL-Layer

Ergebnisse: Varianzzerlegung

Varianzzerlegung M3 vs. M4



Jährliche Zerlegung (Law of Total Variance)

- ▶ $CF_{t,n}^{(b)}$: Agg. Cashflow im Jahr t , innerer Lauf n , Parametersatz \mathcal{P}_b
- ▶ $\overline{CF}_t^{(b)} := \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N CF_{t,n}^{(b)}$: Bed. Erwartungswert bei fixem \mathcal{P}_b
- ▶ $\overline{\overline{CF}}_t := \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \overline{CF}_t^{(b)}$: Gesamtmittel über n und b

$$\underbrace{\widehat{\text{Var}}_t(CF_t)}_{\text{Gesamt}} = \underbrace{\frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \left[\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (CF_{t,n}^{(b)} - \overline{CF}_t^{(b)})^2 \right]}_{\text{Prozessrisiko}} + \underbrace{\frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (\overline{CF}_t^{(b)} - \overline{\overline{CF}}_t)^2}_{\text{Parameterrisiko}}$$

Interpretation

- ▶ Prozessrisiko dominiert die Gesamtvarianz
- ▶ Parameterrisiko tendenziell fallend
- ▶ M4: Stochastische Inflationspfade werden je äußerem Lauf b gezogen \Rightarrow Inflationsrisiko erhöht den Parameterrisikoanteil

Reserverisiko: Zwei Perspektiven

Ultimatives Reserverisiko

Risiko, dass die BE-Reserve nicht ausreicht, um alle zukünftigen Schadenzahlungen bis zur Endabwicklung zu decken.

Verlustvariable:

$$\sum_{t=1}^{\omega} Z_t - BE(0)$$

- ▶ $BE(0) = \sum_j BE_j(0)$: Summe der Best Estimates aller eingetretenen Schadenfälle (RBNS+IBNR)
- ▶ Z_t : aggregierte Zahlungen im Jahr t
- ▶ Risikomessung: VaR_{99,5%}, Std, CV

Anwendung:

- ▶ Ableitung von Konfidenzniveaus für die BE-Schätzung der Schadenrückstellungen
- ▶ Best-/Worst-Case-Analysen für die weitere Schadenabwicklung
- ▶ Interne Steuerung und Controlling
- ▶ Risikotragfähigkeitsanalyse

Einjähriges Reserverisiko (Solvency II)

Risiko eines ökonomischen Abwicklungsverlustes über den Zeitraum von einem Kalenderjahr.

Claims Development Result:

$$CDR = BE(0) - Z_1 - BE(1)$$

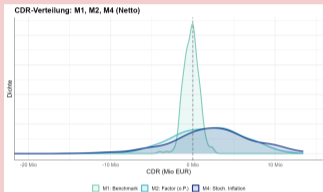
- ▶ $BE(0)$: Best Estimate zum Stichtag (RBNS+IBNR)
- ▶ Z_1 : Zahlungen aller Schäden im Folgejahr
- ▶ $BE(1)$: Best Estimate nach Neubewertung (Actuary-in-the-Box: vollständige Re-Simulation der Restabwicklung)
- ▶ $CDR > 0$: Abwicklungsgewinn
- ▶ $CDR < 0$: Abwicklungsverlust

Anwendung:

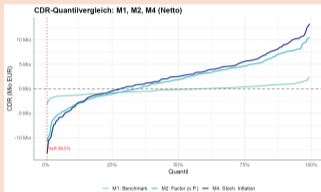
- ▶ Berechnung SCR gemäß Säule I bzw. GSB für interne ökonomische Sicht im ORSA gemäß Säule II
- ▶ Actual vs. Expected-Analysen für Schadenrückstellungen
- ▶ Inputgrößen für Limitsysteme, insbesondere Risikotragfähigkeitslimite, die auf SCR oder GSB basieren

Reserverisiko: CDR der Großschäden

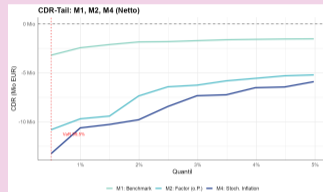
CDR-Dichten



CDR-Quantile



CDR-Quantile: Tail

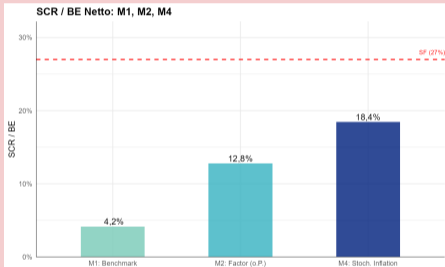


Interpretation

- ▶ M2 und M4 zeigen deutlich breitere CDR-Verteilungen als M1.
- ▶ Der Übergang von absoluter Fortschreibung (M1) zur faktorbasierten Projektion (M2) verbreitert die Tails maßgeblich.
- ▶ Parameterrisiko und stochastische Inflation (M4) haben einen vergleichsweise geringen Zusatzeffekt.

Reserverisiko: SCR-Benchmarking

SCR / BE(0) Netto



Einordnung

- ▶ **Standardformel** ($3 \times 9\% \times BE_{\text{netto}}$): pauschales SCR von 27%, unabhängig von der Abwicklungsdynamik
 - ▶ **M1 (4,2%) → M2 (12,8%)**: Der Übergang zum Faktormodell treibt den SCR-Anstieg maßgeblich
 - ▶ **M2 → M4 (18,4%)**: Parameterrisiko und Inflation erhöhen das SCR moderat
- ⇒ Alle Modelle liegen (deutlich) unter der SF – diese erweist sich für dieses Portfolio als **konservativ**
- ▶ Hinweis: SCR und BE beziehen sich ausschließlich auf Großschäden

Praktische Relevanz

- ▶ Geringeres SCR → reduzierte Kapitalkosten.
- ▶ Internes Modell schafft Transparenz und XL-individuelle Steuerungsmöglichkeiten.

Zusammenfassung & Ausblick

Wesentliche Erkenntnisse

1. **Objektivierte Großschadengrenze:** Nichtparametrischer Ansatz, insb. ohne GPD-Annahme
2. **Relative Faktoren:** Lognormales Faktormodell zur Zahlungsfortschreibung; Reserveentwicklung über diskretisierte Reserveklassen
3. **Parameterrisiko:** Bootstrap der Zahlungsparameter + Dirichlet-Übergänge
4. **Stochastische Inflation:** Stärkster Einzeleffekt auf den BE
5. **Reserverisiko:** SCR-Benchmarking gegen Standardformel; Einzelschaden-Modell liefert differenziertere Risikoeinschätzung
6. **XL-Rückversicherung:** Konsistente Brutto-Netto-Überleitung auf Einzelrisikobasis







Offene Punkte & Ausblick

- ▶ Datengetriebene Kalibrierung von κ
- ▶ Inflations-Parameterrisiko (bspw. über Bootstrap der Vasiček-Parameter $\mu, \alpha, \sigma_\varepsilon$)
- ▶ Aggregation von Groß- und Basisschadenreserverisiko
- ▶ Systematisches Backtesting der Modellstufen
- ▶ Erweiterung auf mehrere Sparten und in dem Zuge geeignete Abhängigkeitsstrukturen







Nutzen für die Praxis

- ▶ Kapitaleffizienz, RV-Optimierung & Definition ORSA-Szenarien

Referenzen I

-  Bignozzi, V. & Tsanakas, A. (2016). Parameter uncertainty and residual estimation risk. *Journal of Risk and Insurance*, 83(4), 949–978.
-  DAV-Ausschuss Schadenversicherung (2025). Stochastische Einzelschadenreservierung (Ergebnisbericht). Deutsche Aktuarvereinigung, 4. Februar 2025.
-  Diers, D. (2007). Das Parameterrisiko – Ein häufig vernachlässigtes Risiko in Internen Modellen von Schaden-/Unfallversicherern. Preprint, Universität Ulm.
-  Diers, D., Eling, M. & Linde, M. (2013). Modeling parameter risk in premium risk in multi-year internal models. *Journal of Risk Finance*, 14(3), 234–250.
-  EIOPA (2024). Comparative Study on Non-Life Underwriting Risk in Internal Models. EIOPA-BoS-23/494.
-  EIOPA (2015). Guidelines on Own Risk and Solvency Assessment (ORSA). EIOPA-BoS-14/259.

Referenzen II

-  Europäisches Parlament und Rat (2009). Richtlinie 2009/138/EG (Solvency II-Rahmenrichtlinie). *Amtsblatt der Europäischen Union*, L 335.
-  Fröhlich, A. & Weng, A. (2018). Parameter uncertainty and reserve risk under Solvency II. *Insurance: Mathematics and Economics*, 81, 130–149.
-  Funke, B. & Hirukawa, M. (2025). Nonparametric estimation of splicing points in skewed cost distributions: A kernel-based approach. Erscheint in *Journal of Nonparametric Statistics*.
-  Funke, B. & Hirukawa, M. (2026). Nonparametric estimation of splicing points in actuarial loss distributions via data transformation. Eingereicht.
-  Murphy, D. M. & McLennan, A. P. (2006). A method for projecting individual large claims. *CAS Forum*, Vol. 59, 205–236.
-  Skowasch, D. (2025). Stochastische Einzelschadenreservierung. Herbsttagung DAV/DGVFM, 17.11.2025.

Referenzen III



Venter, G. & Sahasrabudde, R. (2015). A note on parameter risk. *Variance*, 9(1).



Vasiček, O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, 5(2), 177–188.