

*q<sub>x</sub> - Club meets FaRis, 5. Juli 2022*

# Es geht auch ohne Garantien!

Prof. Dr. Oskar Goecke

**FaRis** Forschungsstelle aktuarielles

Risikomanagement

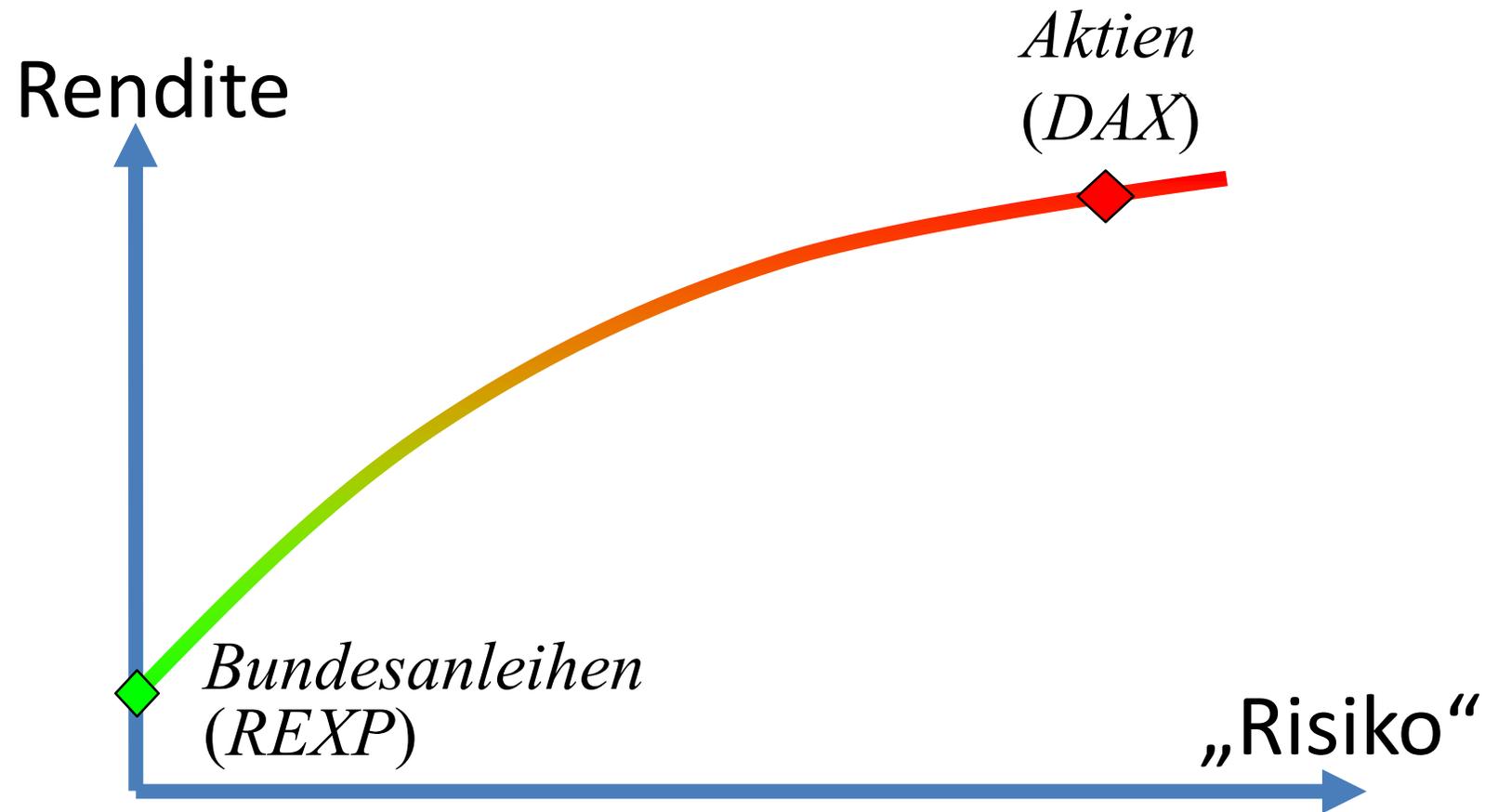
# Es geht auch ohne Garantien!

- Das „Risiko-Rendite-Dilemma“ der kapitalgedeckten Altersversorgung (Bestandsaufnahme 1950-2022)
- Kollektive versus individuelle Sparmodelle im Vergleich
- Fazit/ Ausblick: Was macht man mit 10 Mrd. €?

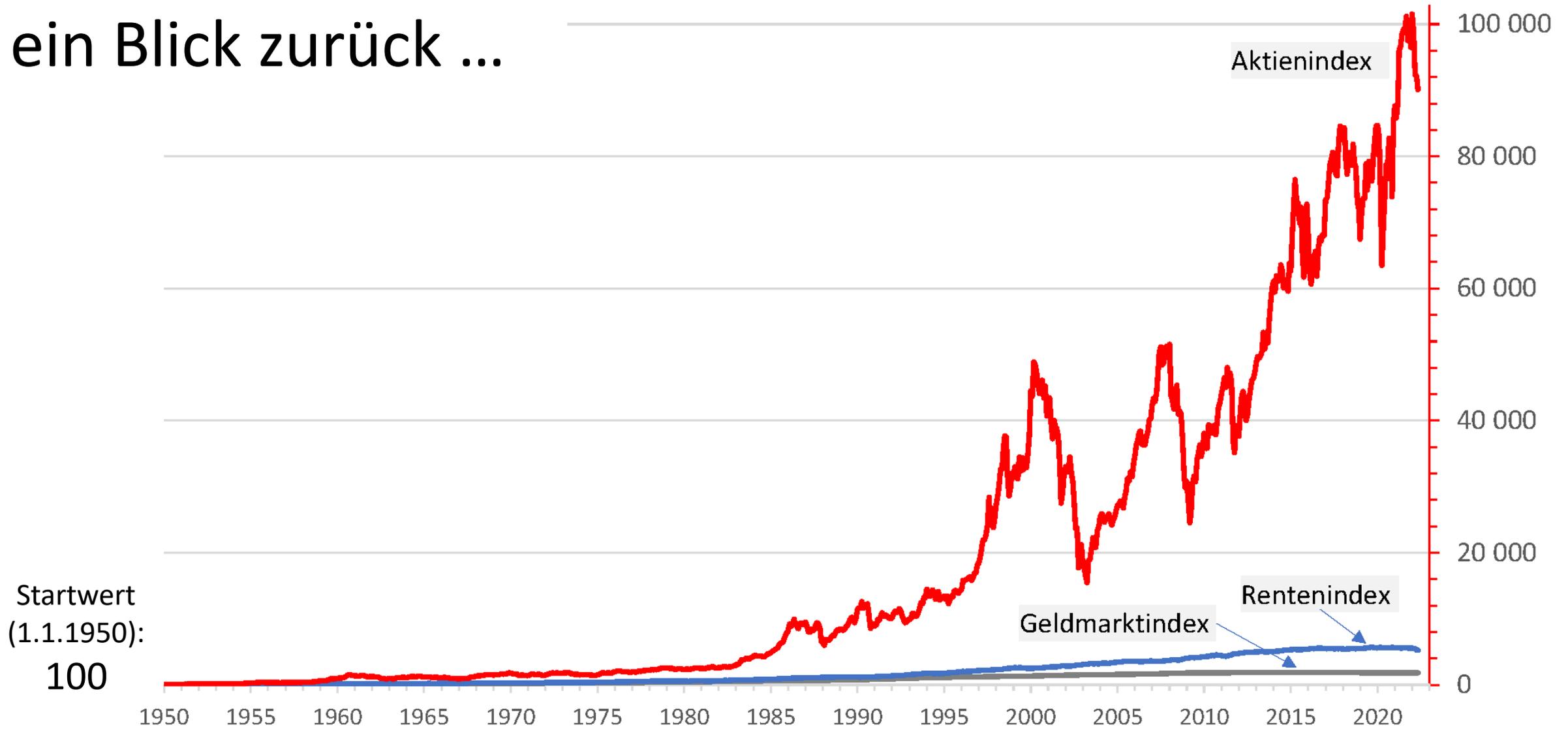
# Es geht auch ohne Garantien!

- **Das „Risiko-Rendite-Dilemma“ der kapitalgedeckten Altersversorgung (Bestandsaufnahme 1950-2022)**
- Kollektive versus individuelle Sparmodelle im Vergleich
- Fazit/ Ausblick: Was macht man mit 10 Mrd. €?

# Das „Risiko-Rendite-Dilemma“

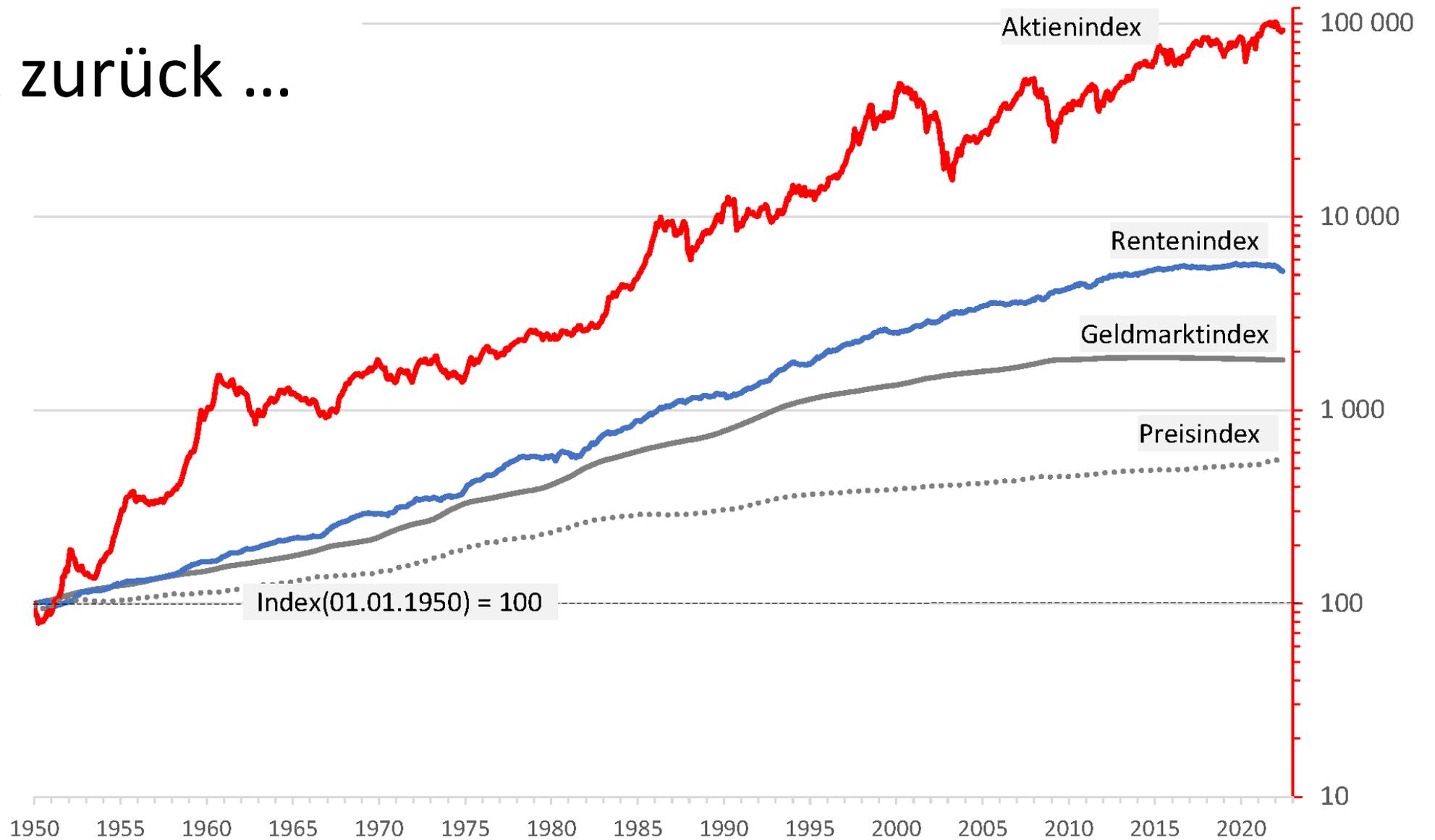


# ein Blick zurück ...



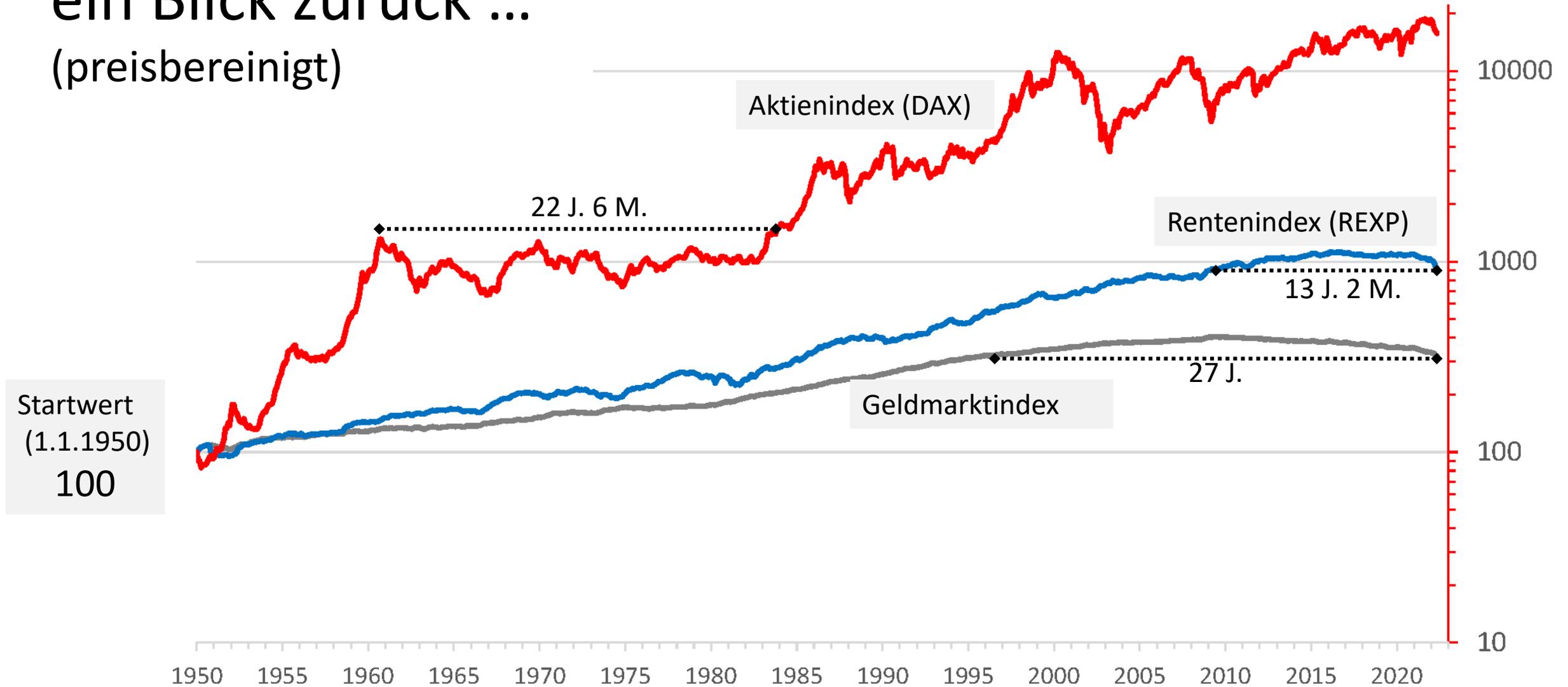
Startwert  
(1.1.1950):  
100

# ein Blick zurück ...



# ein Blick zurück ...

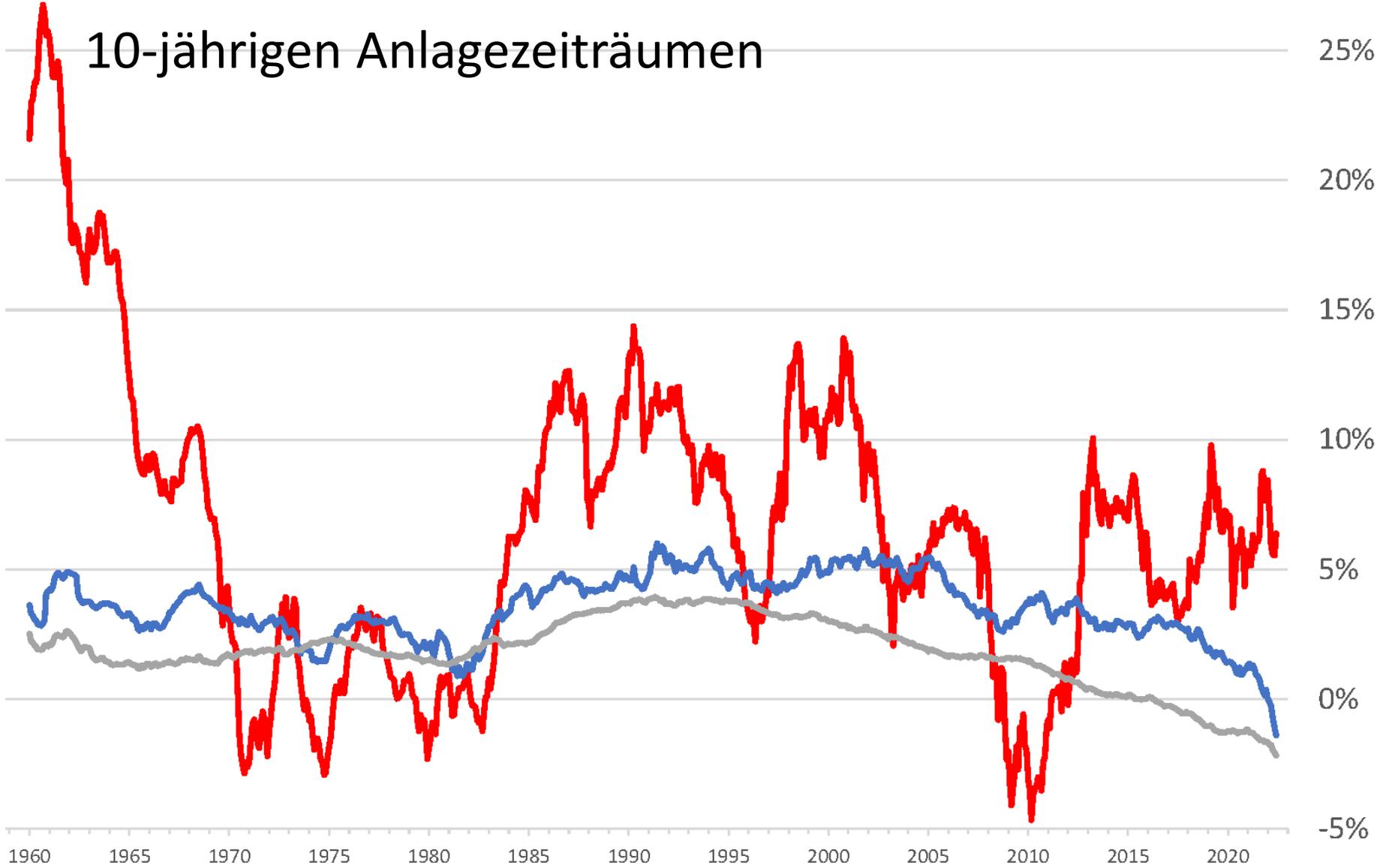
(preisbereinigt)



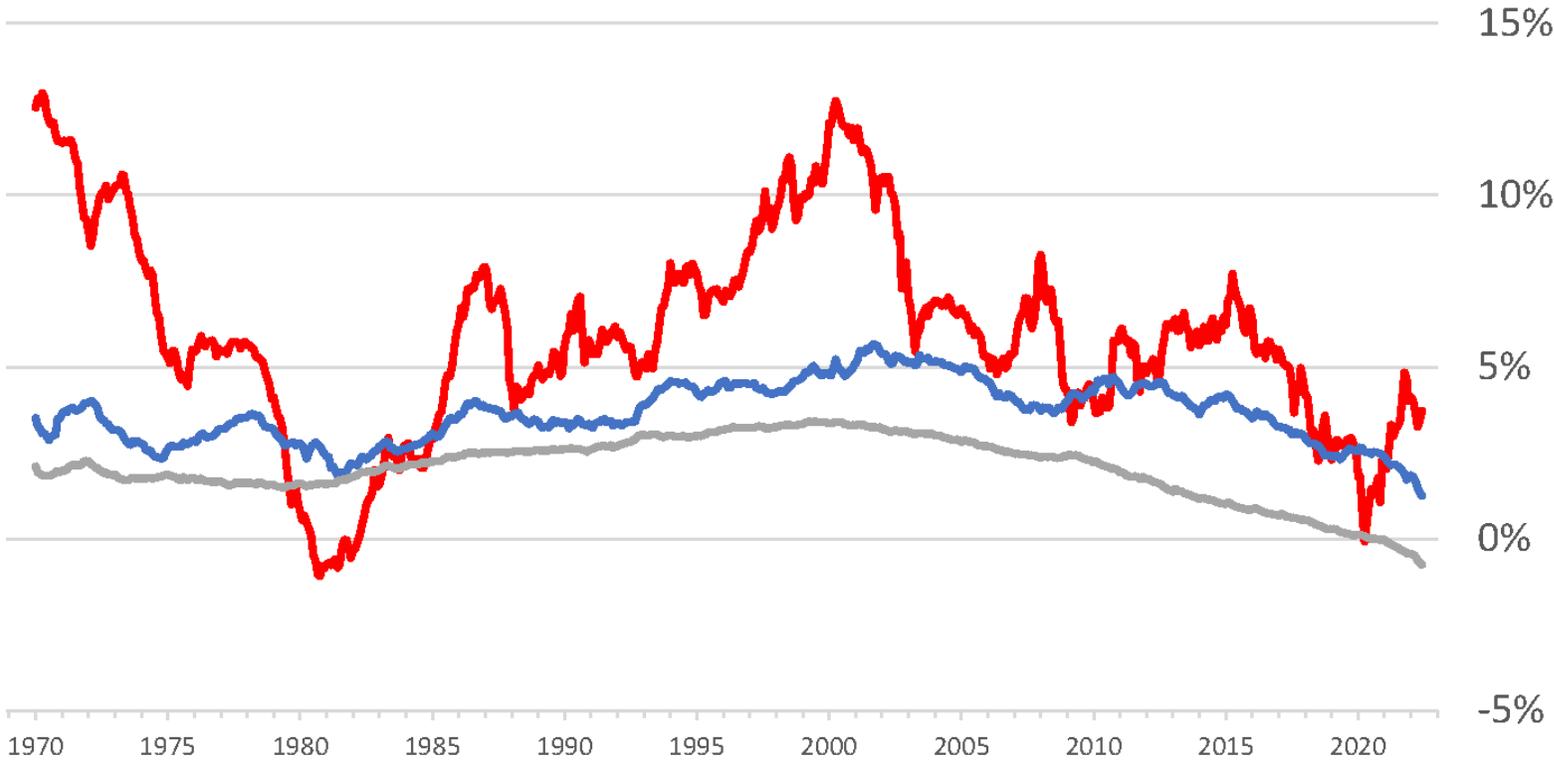
# Renditevergleich: DAX/ REXP/ Geld



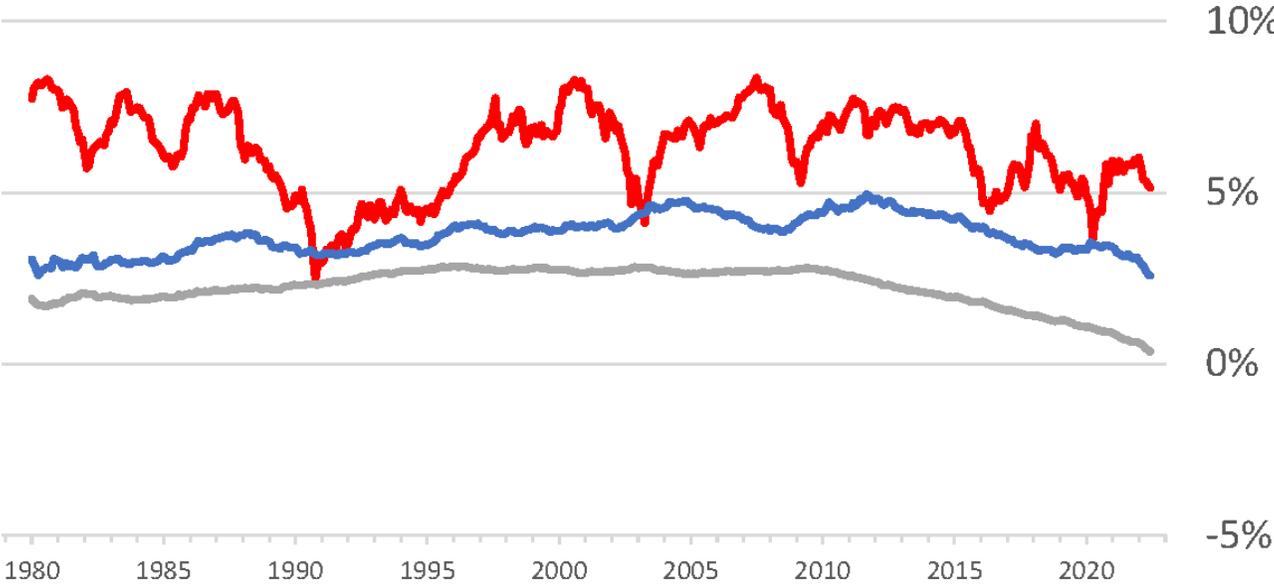
# Renditen in 10-jährigen Anlagezeiträumen



# Renditen in 20-jährigen Anlagezeiträumen

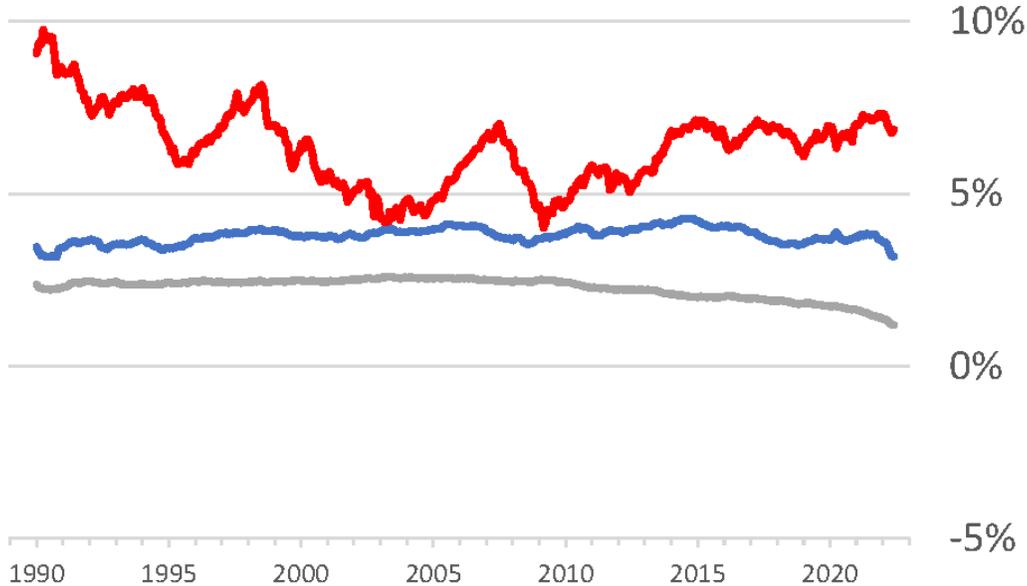


# Renditen in 30-jährigen Anlagezeiträumen

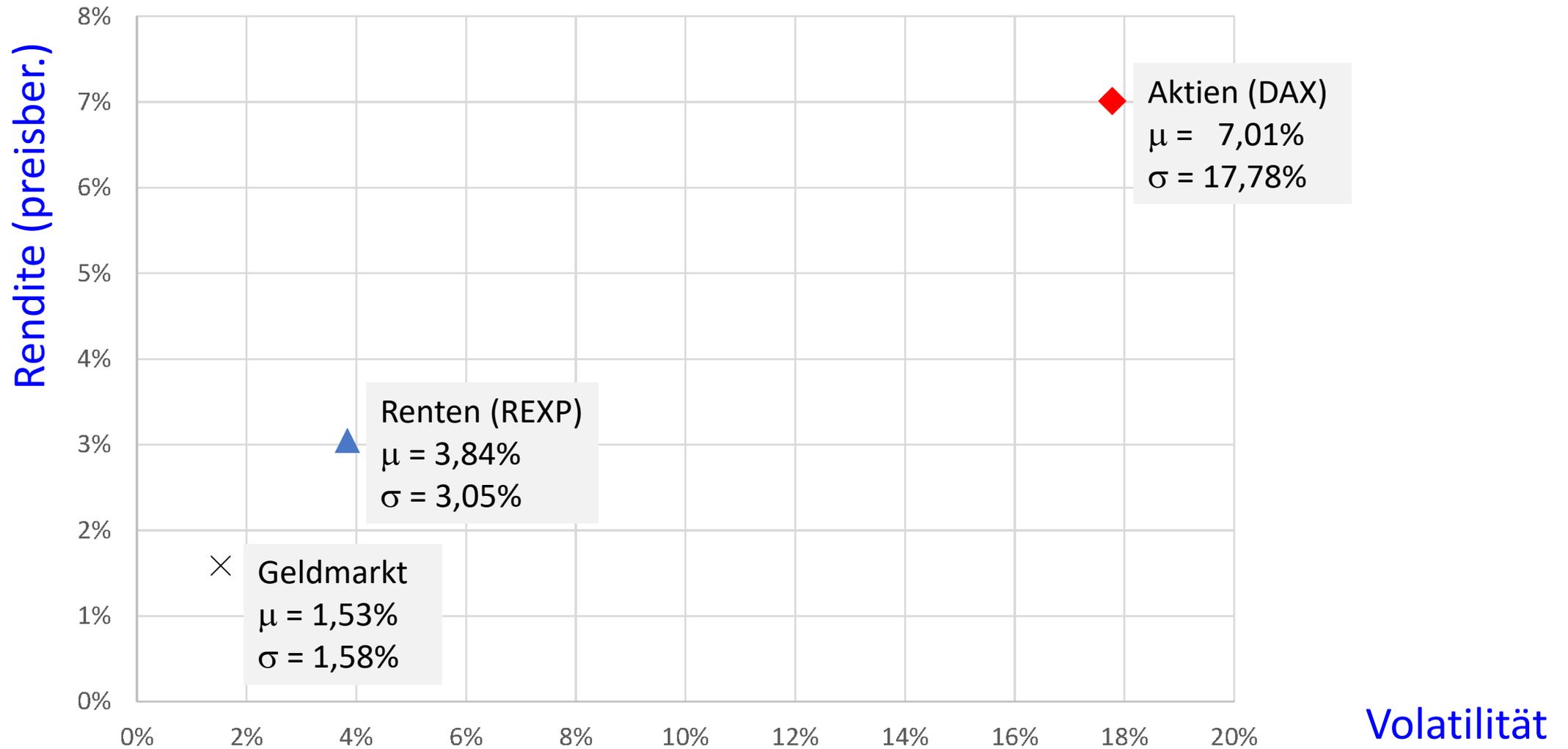




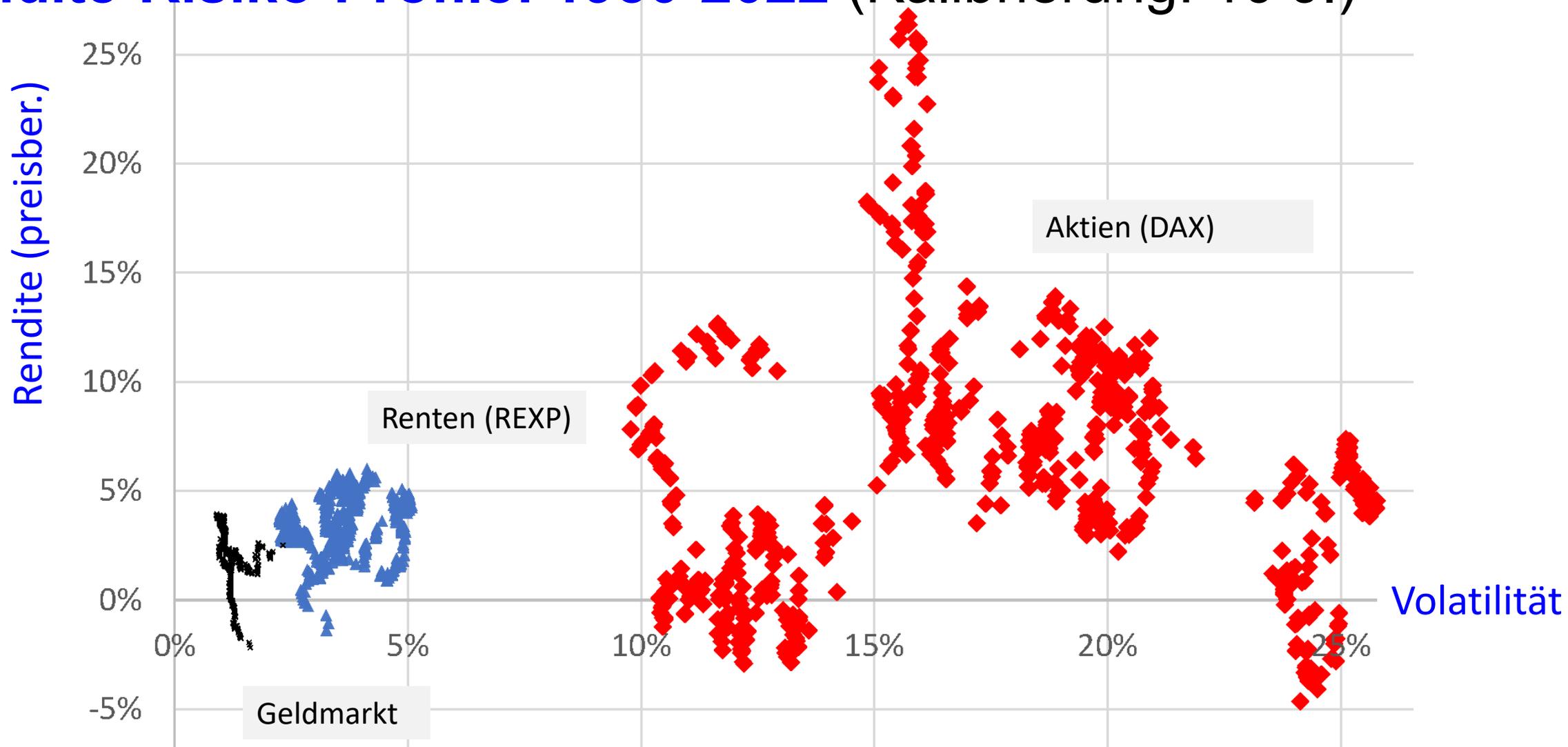
# Renditen in 40-jährigen Anlagezeiträumen



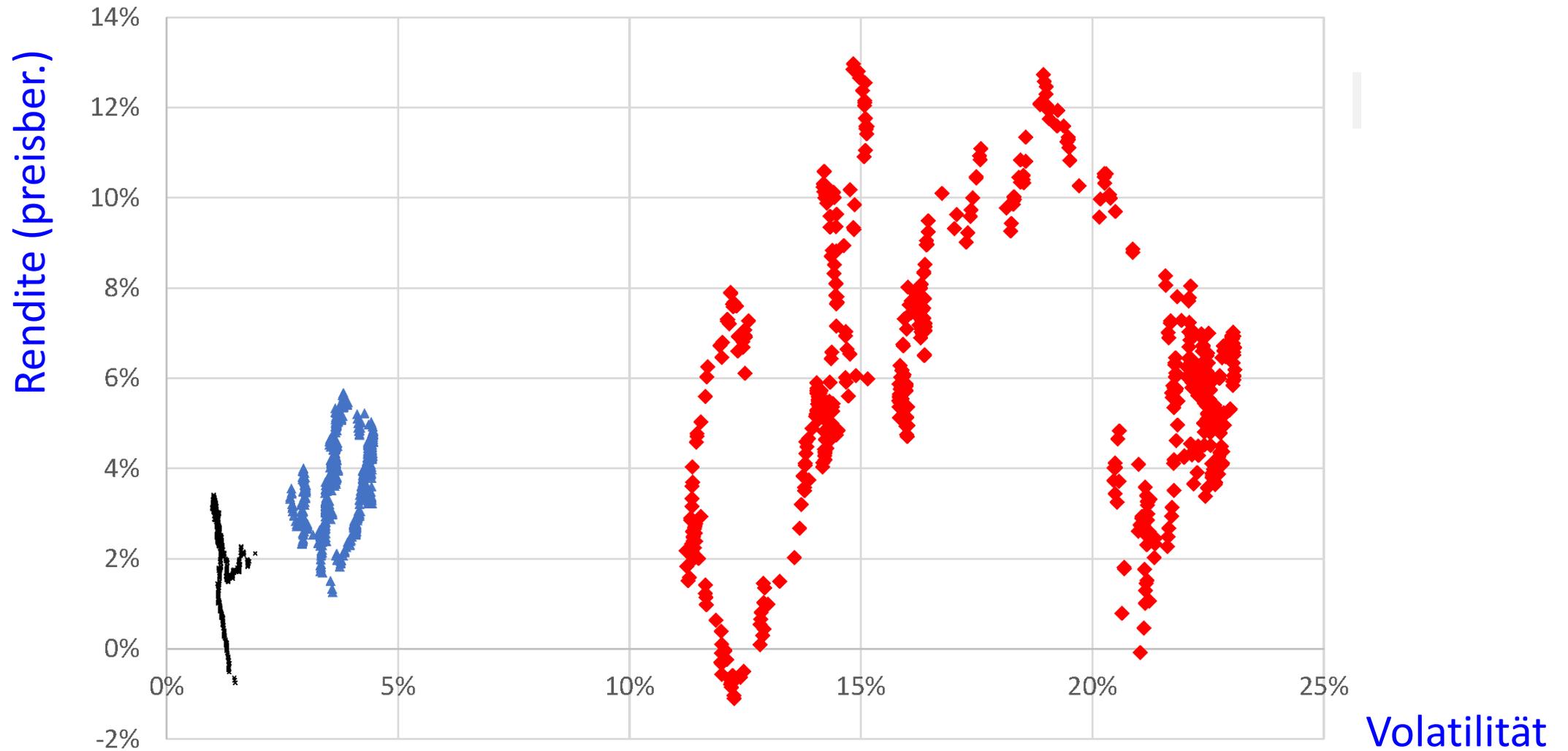
# Rendite-Risiko-Profile: 1950-2022 (72 Jahre+5 Monate)



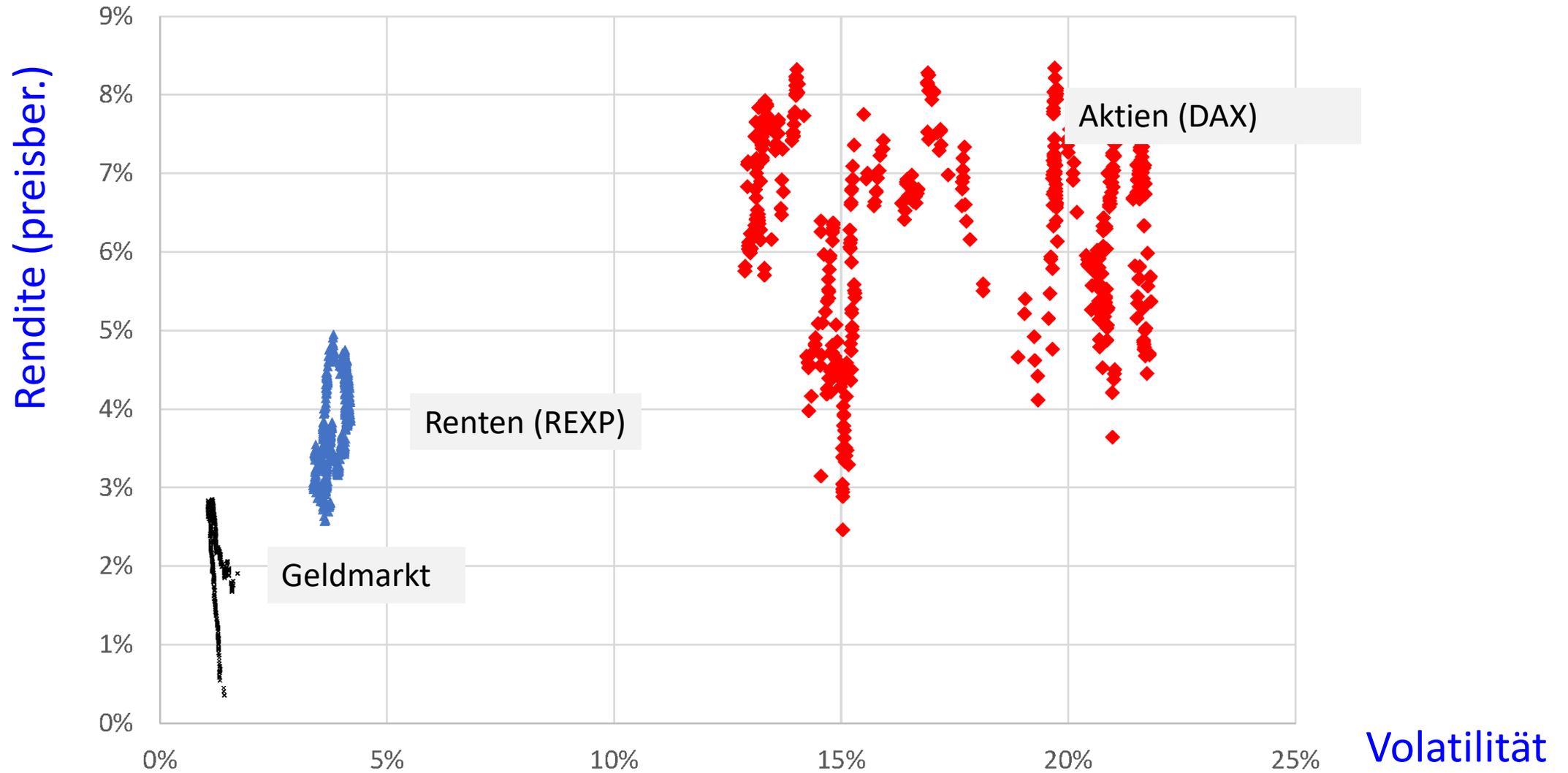
# Rendite-Risiko-Profile: 1950-2022 (Kalibrierung: 10 J.)



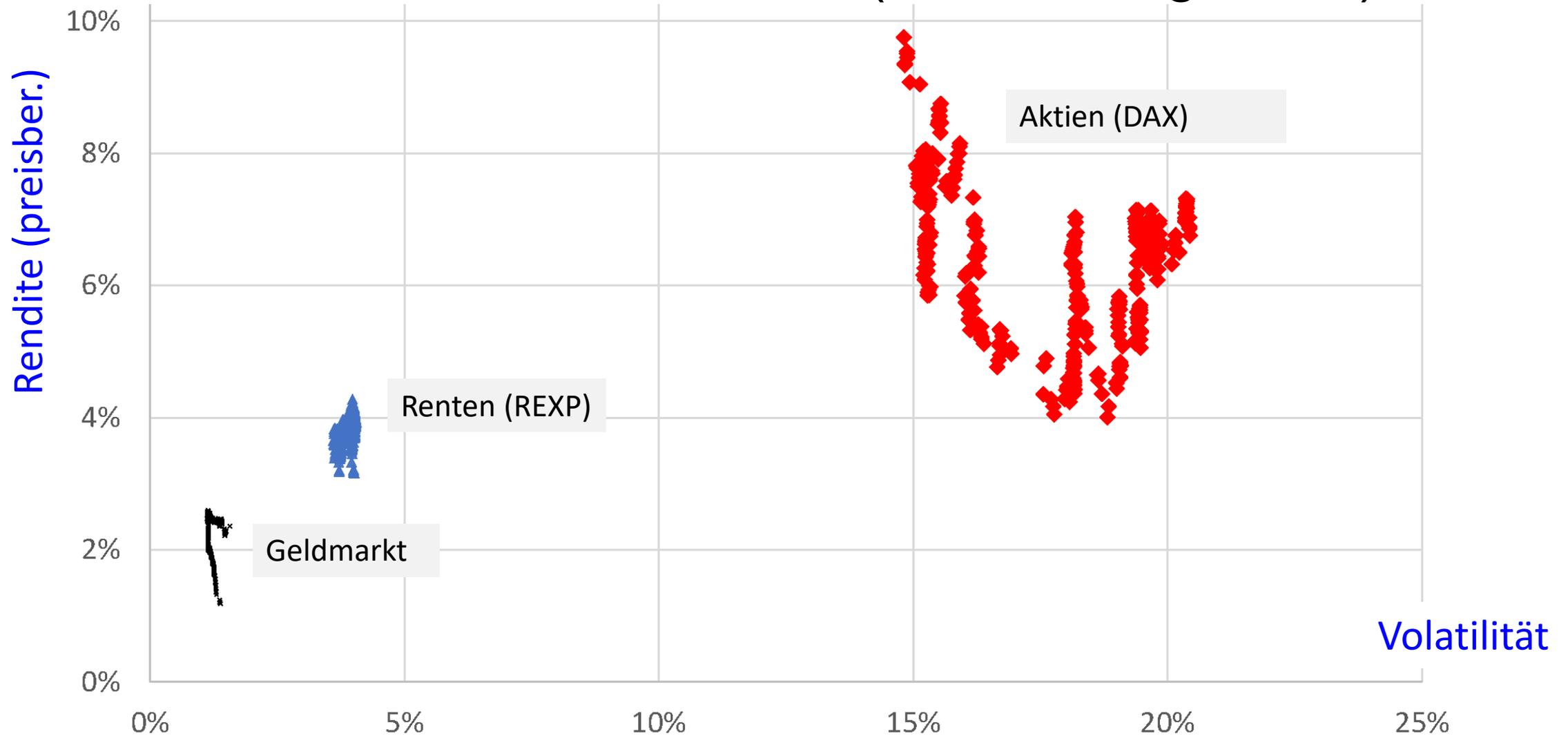
# Rendite-Risiko-Profile: 1950-2022 (Kalibrierung: 20 J.)



# Rendite-Risiko-Profile: 1950-2022 (Kalibrierung: 30 J.)



# Rendite-Risiko-Profile: 1950-2022 (Kalibrierung: 40 J.)



# Rendite und Risiko langfristiger Sparprozesse

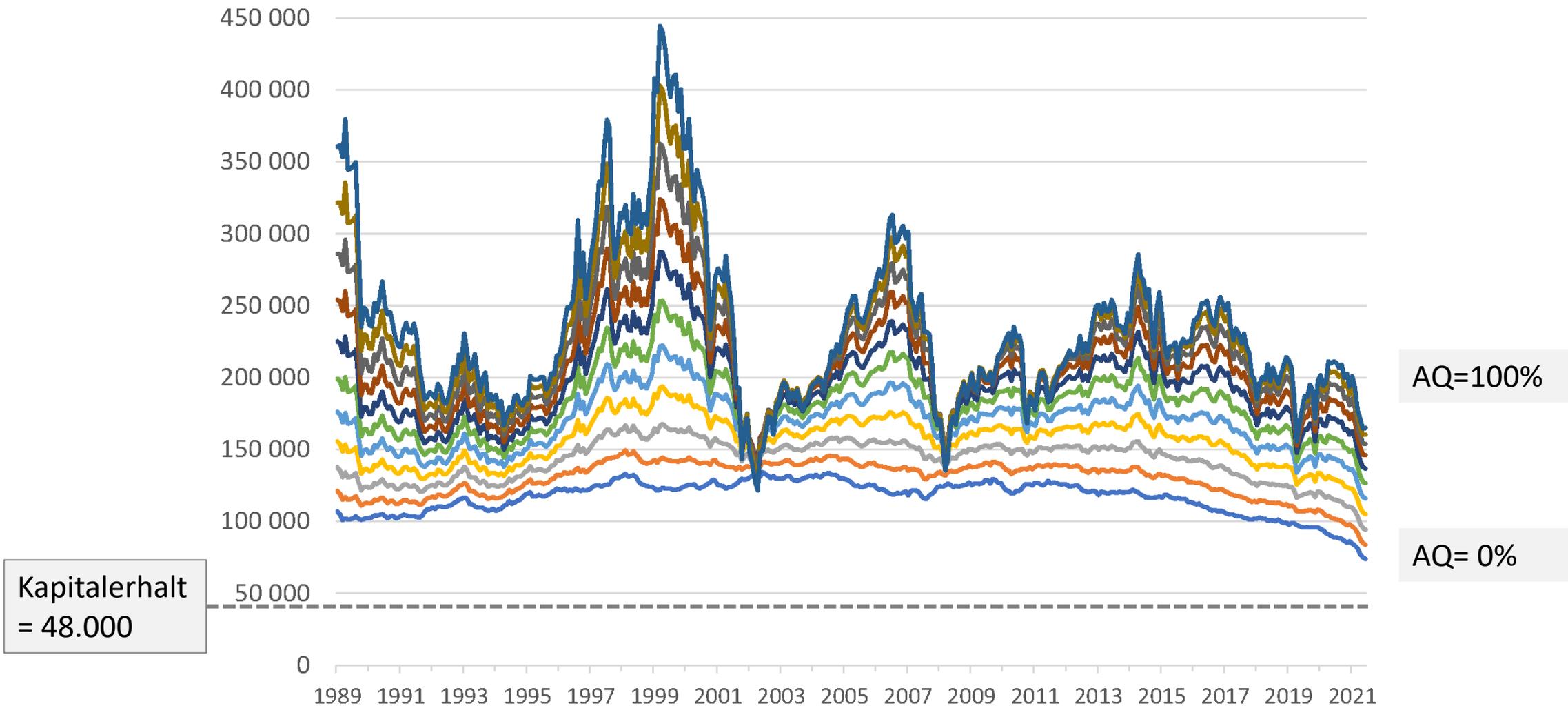
## Mustersparplan:

- Laufzeit 40 Jahre
- insg. 390 Sparergenerationen mit Fälligkeiten: 31.12.1989 bis 31.05.2022
- Sparrate, monatlich vorschüssig: 100€ (**preisbereinigt !!**)
- Kapitalanlage: Mischung aus DAX und REXP (**preisbereinigt !!**)
- keine Kosten

## Auswertung in Bezug auf

- Ablaufleistung/ Rendite
- Risiko: diverse Risikokennzahlen

# Endvermögen (für Aktienquoten 0%, 10%, ..., 100%)

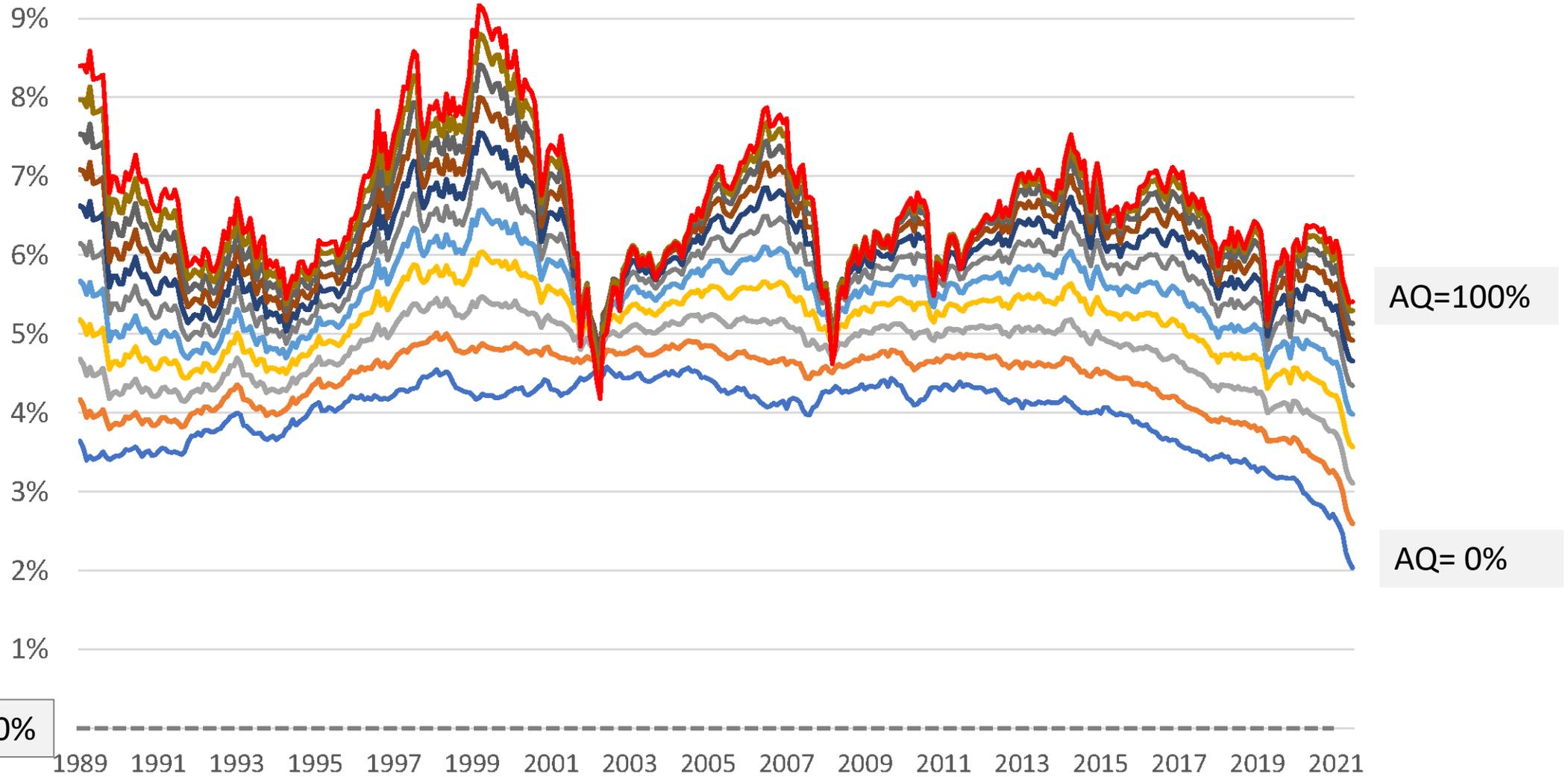


Kapitalerhalt  
= 48.000

AQ=100%

AQ= 0%

# Rendite (für Aktienquoten 0%, 10%, ..., 100%)



Kapitalerhalt= 0%

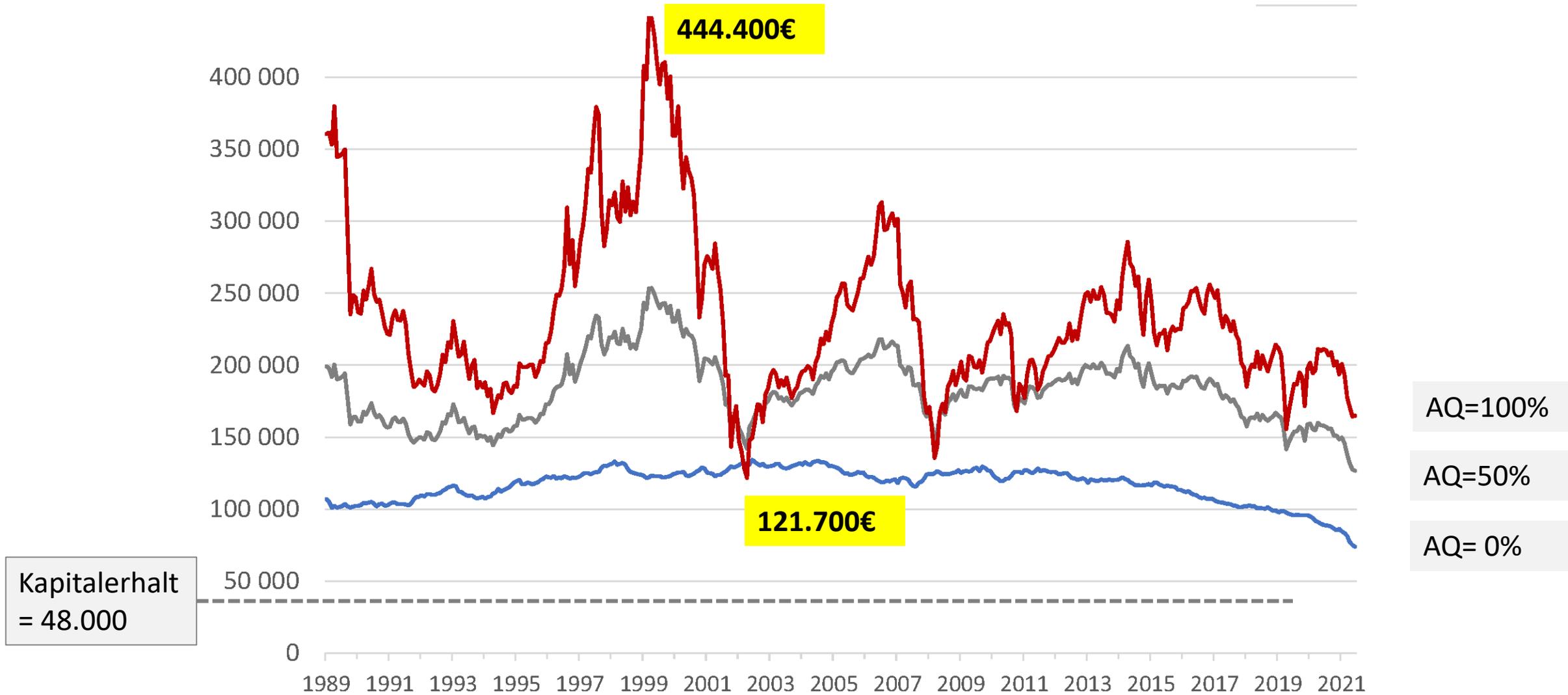
AQ=100%

AQ= 0%

# Risiken langfristiger Sparpläne

- bezogen auf das Endguthaben bzw. die Endrendite
  - nominaler/ realer Wertverlust (negative Endrendite)
  - starke Abweichung von erwartetem/ realisiertem Endguthaben
  - „intergenerational imbalance“
  - ...
- bezogen auf den Verlauf des Sparprozesses
  - nominaler/ realer Wertverlust (negative Jahresrendite)
  - nominaler/ realer Wertverlust trotz Sparen („Verbrennen von Sparbeiträgen“)
  - lange/ kurze Verlustphasen
  - ...

# Risiken bezogen auf die Ablaufleistung



Kapitalerhalt  
= 48.000

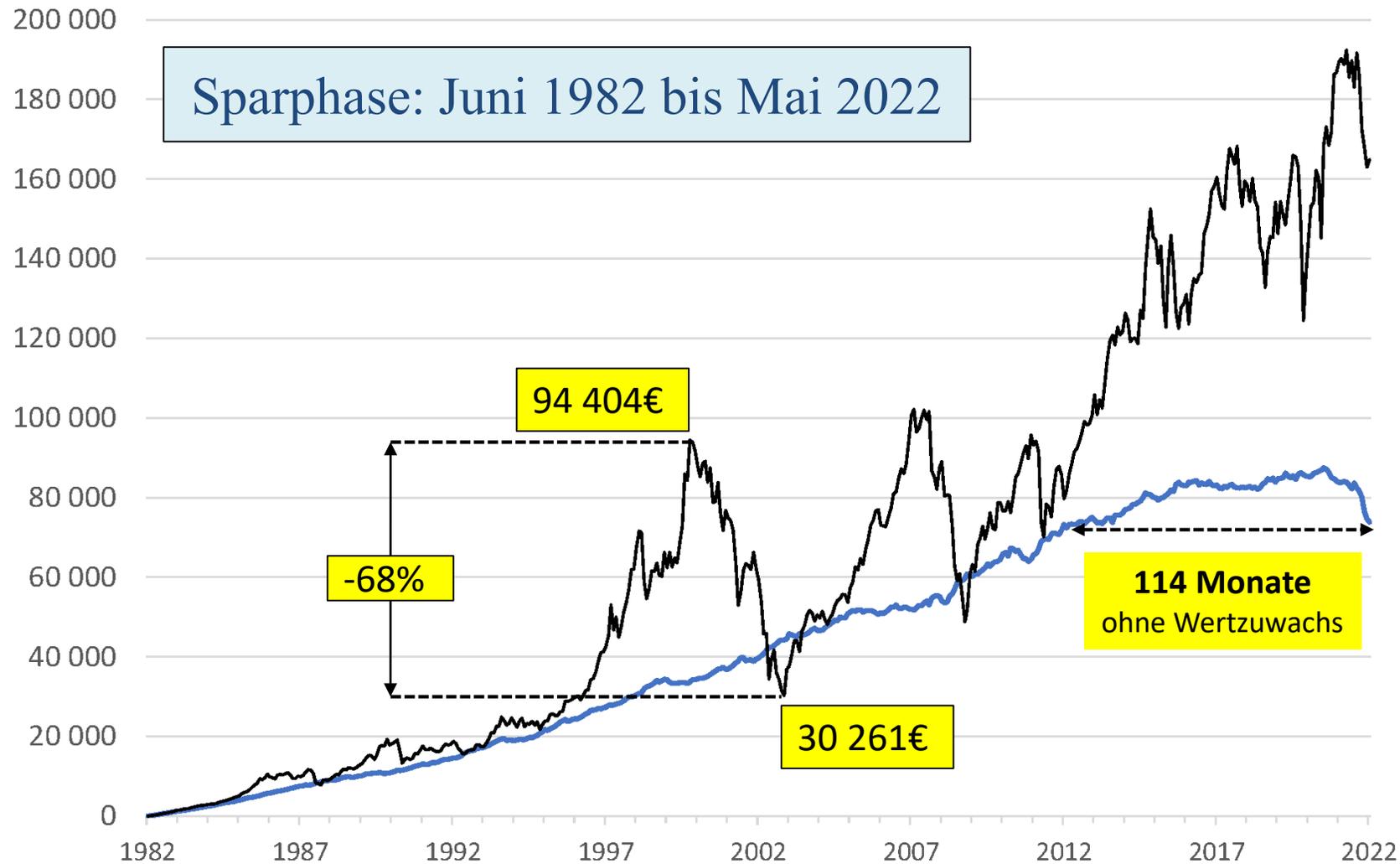
AQ=100%

AQ=50%

AQ= 0%

# Risiken bezogen auf den Verlauf des Sparprozesses

# Verlauf des Sparguthabens (40 J., 100€ mtl. Sparrate)



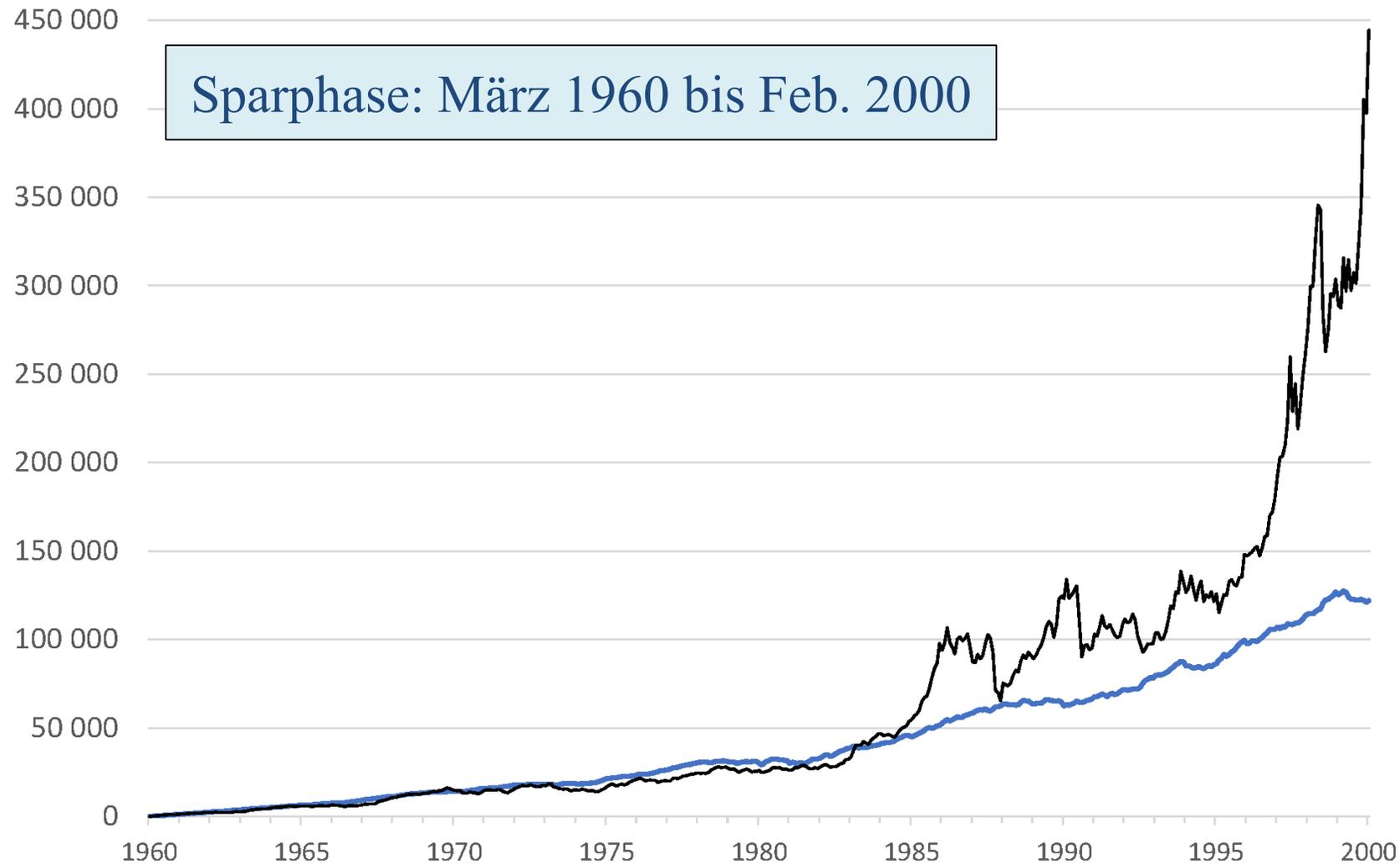
## DAX-Sparplan

Guthaben: 164 895€  
(Rendite: 5,41%)  
Rente: ca. 687€ \*)

## REXP-Sparplan

Guthaben: 72 871€  
(Rendite: 2,04%)  
Rente: ca. 304€

# Verlauf des Sparguthabens (40 J., 100€ mtl. Sparrate)



## DAX-Sparplan

Guthaben: 444 446€

(Rendite: 9,16%)

Rente: ca. 1852€ \*)

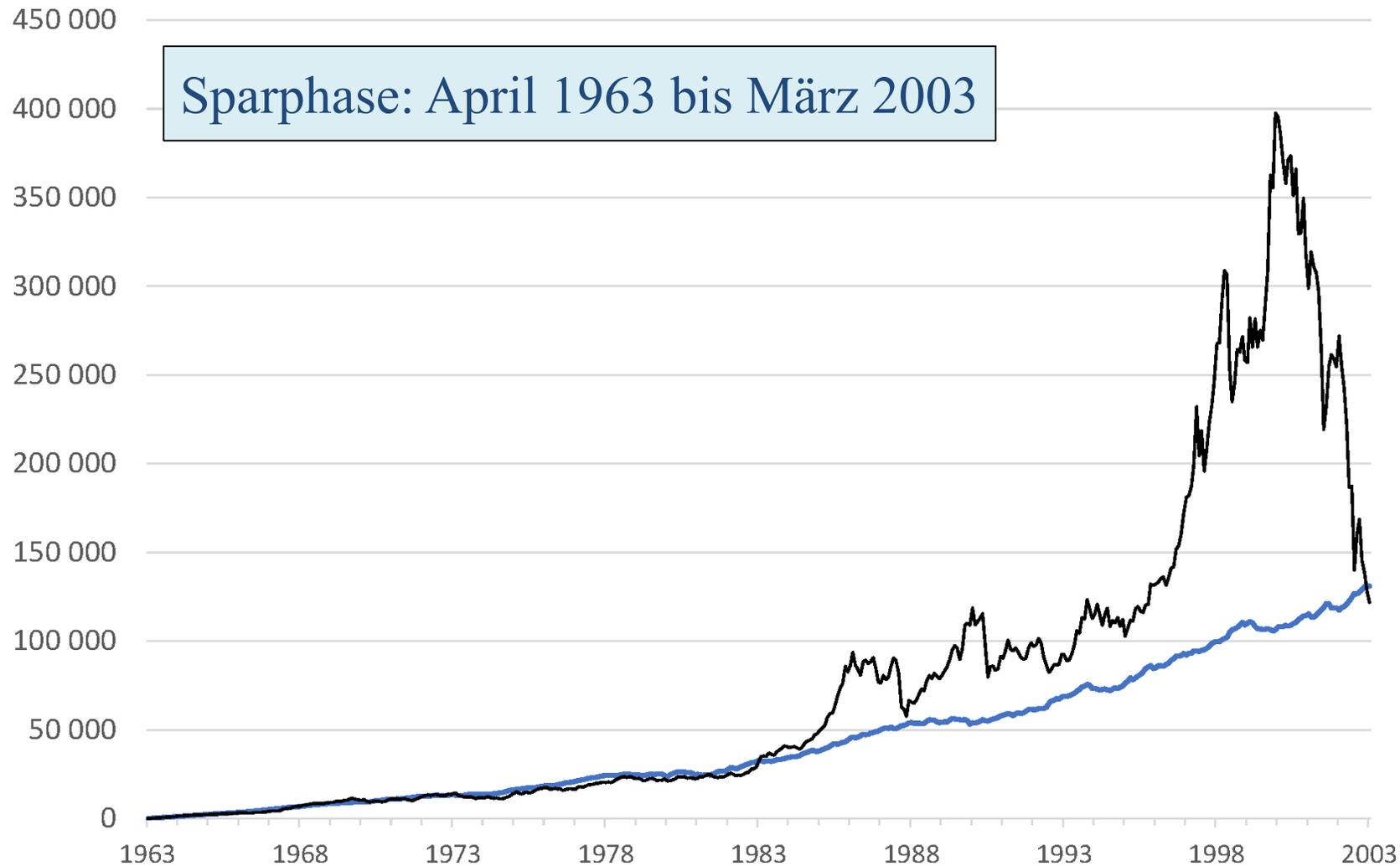
## REXP-Sparplan

Guthaben: 122 010€

(Rendite: 4,19%)

Rente: ca. 508€

# Verlauf des Sparguthabens (40 J., 100€ mtl. Sparrate)



## DAX-Sparplan

Guthaben: 121 664€

(Rendite: 4,18%)

Rente: ca. 507€ \*)

## REXP-Sparplan

Guthaben: 131 017€

(Rendite: 4,48%)

Rente: ca. 546€

# Es geht auch ohne Garantien!

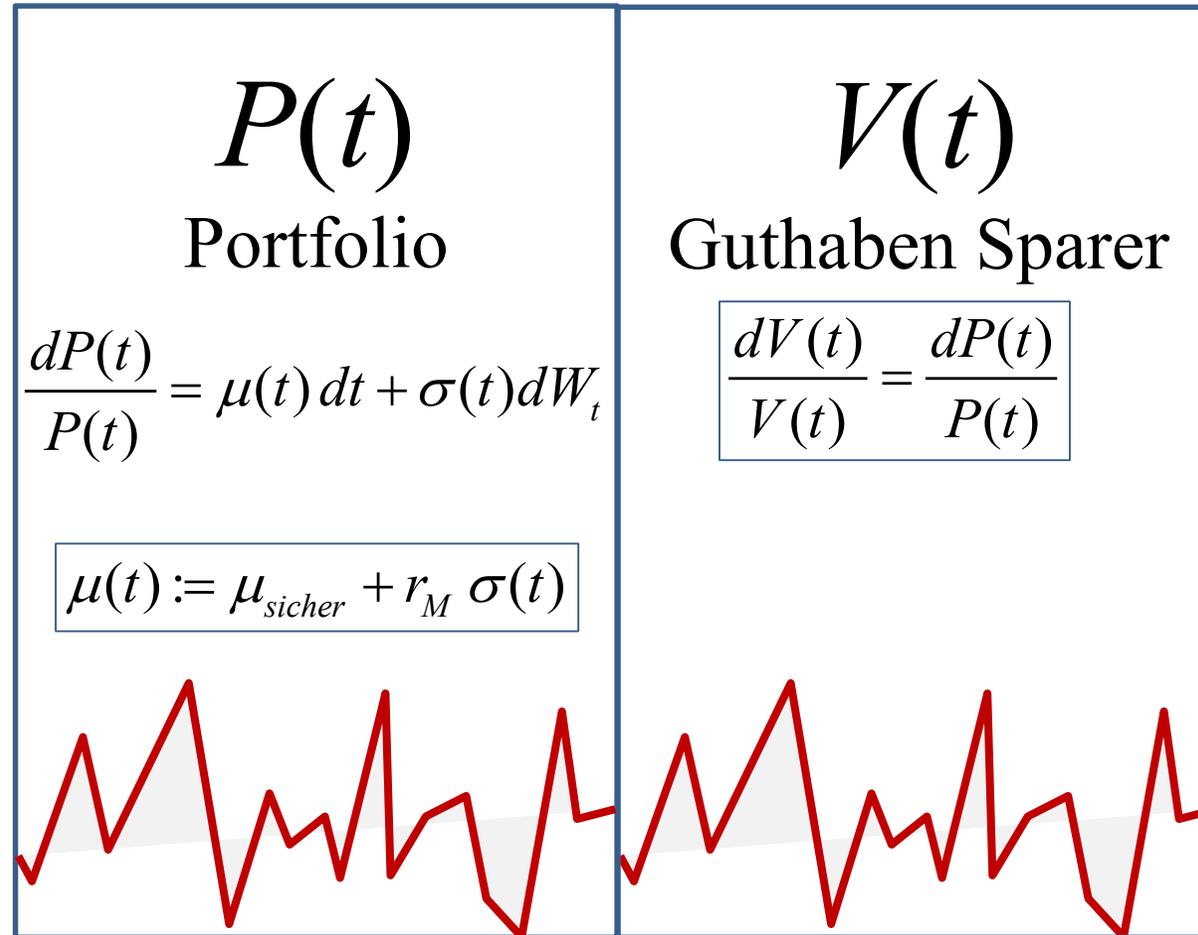
- Das „Risiko-Rendite-Dilemma“ der kapitalgedeckten Altersversorgung (Bestandsaufnahme 1950-2022)
- **Kollektive versus individuelle Sparmodelle im Vergleich**
- Fazit/ Ausblick: Was macht man mit 10 Mrd. €?

# Kollektive Sparmodelle

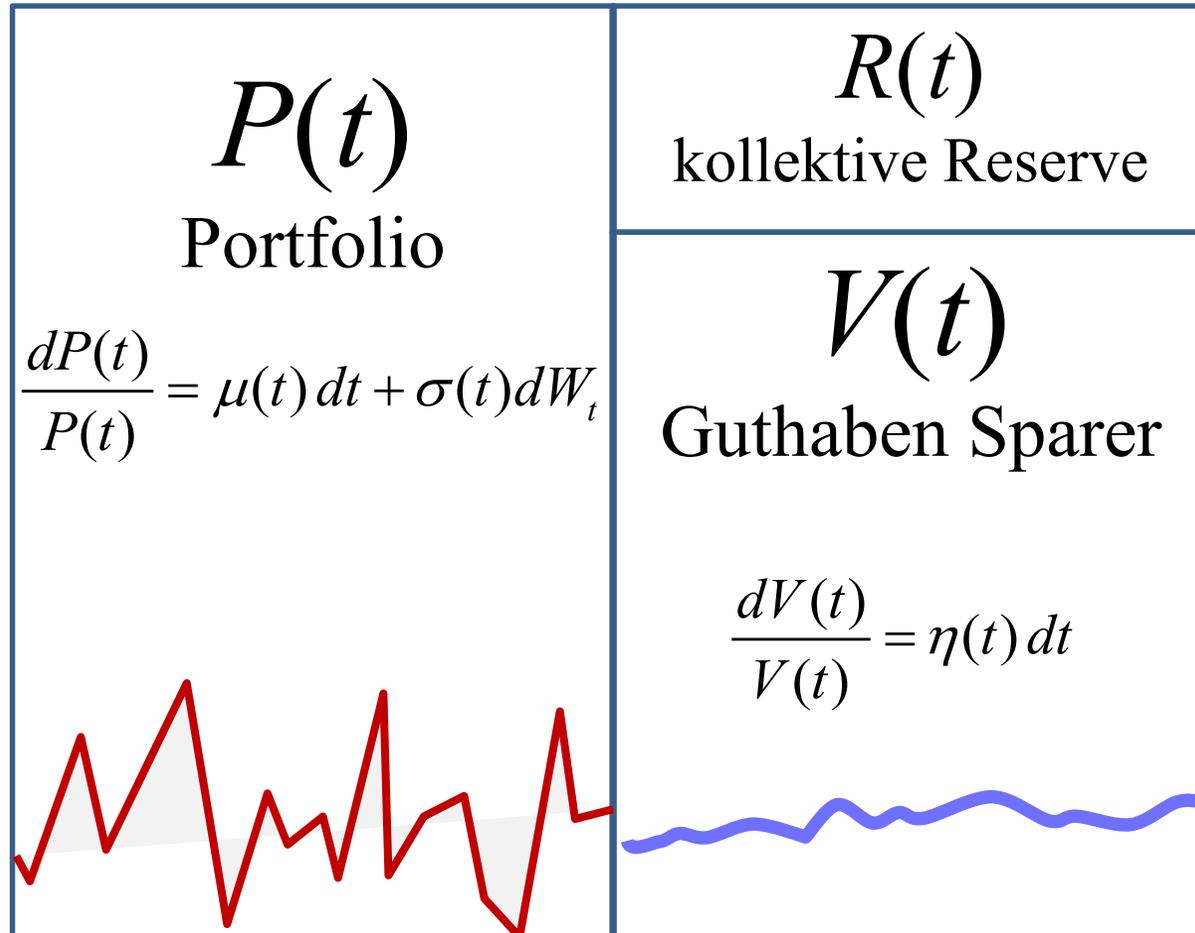
(Collective Defined Contribution (CDC)-Pension Plans )

... etwas Theorie

# Individuelles Sparmodell (Fondssparen)

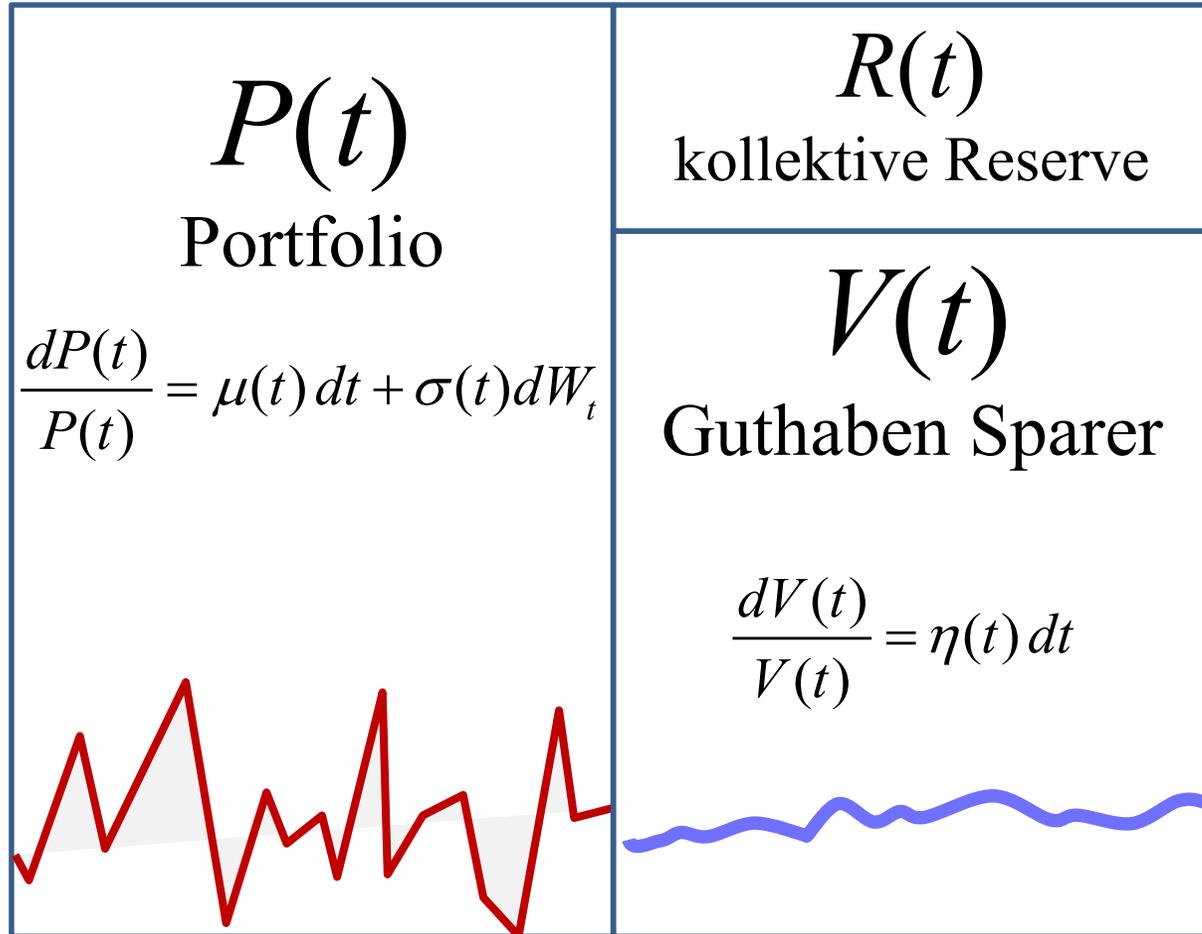


# kollektives Sparmodell



$\eta(t)$ : „Deklaration“

# kollektives Sparmodell



$$\rho(t) := \ln \left( \frac{P(t)}{V(t)} \right) \approx \frac{R(t)}{P(t)}$$

$\rho_{Ziel}$  : Zielreservequote

$$\eta(t) = \mu(t) + \theta (\rho(t) - \rho_{Ziel})$$

$$\sigma(t) = \beta(t) \cdot \sigma_{Markt} : \beta(t) \geq 0$$

$$\beta(t) = \beta_{Ziel} + \alpha (\rho(t) - \rho_{Ziel})$$

$\beta_{Ziel}$  : Zielaktienquote

# Folgerungen für das zeitstetige Modell\*)

$$d\rho(t) = -\theta(\rho(t) - \rho_{Ziel})dt + \sigma(t)dW_t$$

(mean-reverting) Ornstein-Uhlenbeck-Prozess

\*) Vgl.: Goecke, Pension saving schemes with return smoothing mechanism, Insurance: Mathematics and Economics 53 (2013) 678-689.

# Diskretisierung für das Backtesting (1.1.1950-31.5.2022)

$$\Delta = 1/12 = 1 \text{ Monat}$$

zu Beginn des Monats  $[t, t+\Delta]$  bestimme  $\beta(t) = \beta_{Ziel} + \alpha (\rho(t) - \rho_{Ziel})$

$$\Rightarrow P(t + \Delta) = P(t) \left( \beta(t) \frac{DAX(t + \Delta)}{DAX(t)} + (1 - \beta(t)) \frac{REXP(t + \Delta)}{REXP(t)} \right) =: P(t) \exp(\mu_P(t + \Delta))$$

zu Beginn des Monats  $[t, t+\Delta]$  bestimme  $\eta(t) = \mu_P^e(t) + \theta_\Delta (\rho(t) - \rho_{Ziel})$

$$\Rightarrow V(t + \Delta) = V(t) \exp(\eta(t))$$

$$\Rightarrow \rho(t + \Delta) = \rho(t) + \mu_P(t + \Delta) - \eta(t)$$

$$\Rightarrow \rho(t + \Delta) - \rho_{Ziel} = (1 - \theta_\Delta) (\rho(t) - \rho_{Ziel}) + \mu_P(t + \Delta) - \mu_P^e(t)$$

# Diskretisierung für das Backtesting

realisierte Portfoliorendite für  $[t, t+\Delta]$ :  $\mu_P(t + \Delta) := \ln\left(\frac{P(t + \Delta)}{P(t)}\right)$

erwartete Portfoliorendite für  $[t, t+\Delta]$ :

$$\mu_P^e(t) := \underbrace{\mu_{sicher}(t)}_{\text{Umlaufrendite Bund (mtl.)}} + \Delta \left( \beta(t) ERP - \frac{1}{2} (\beta(t) \sigma_{Markt})^2 \right)$$

Umlaufrendite Bund (mtl.)

$ERP=5,0\%$ ,  $\sigma_{Markt} = 20\%$

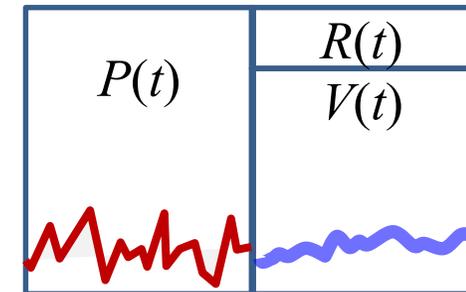
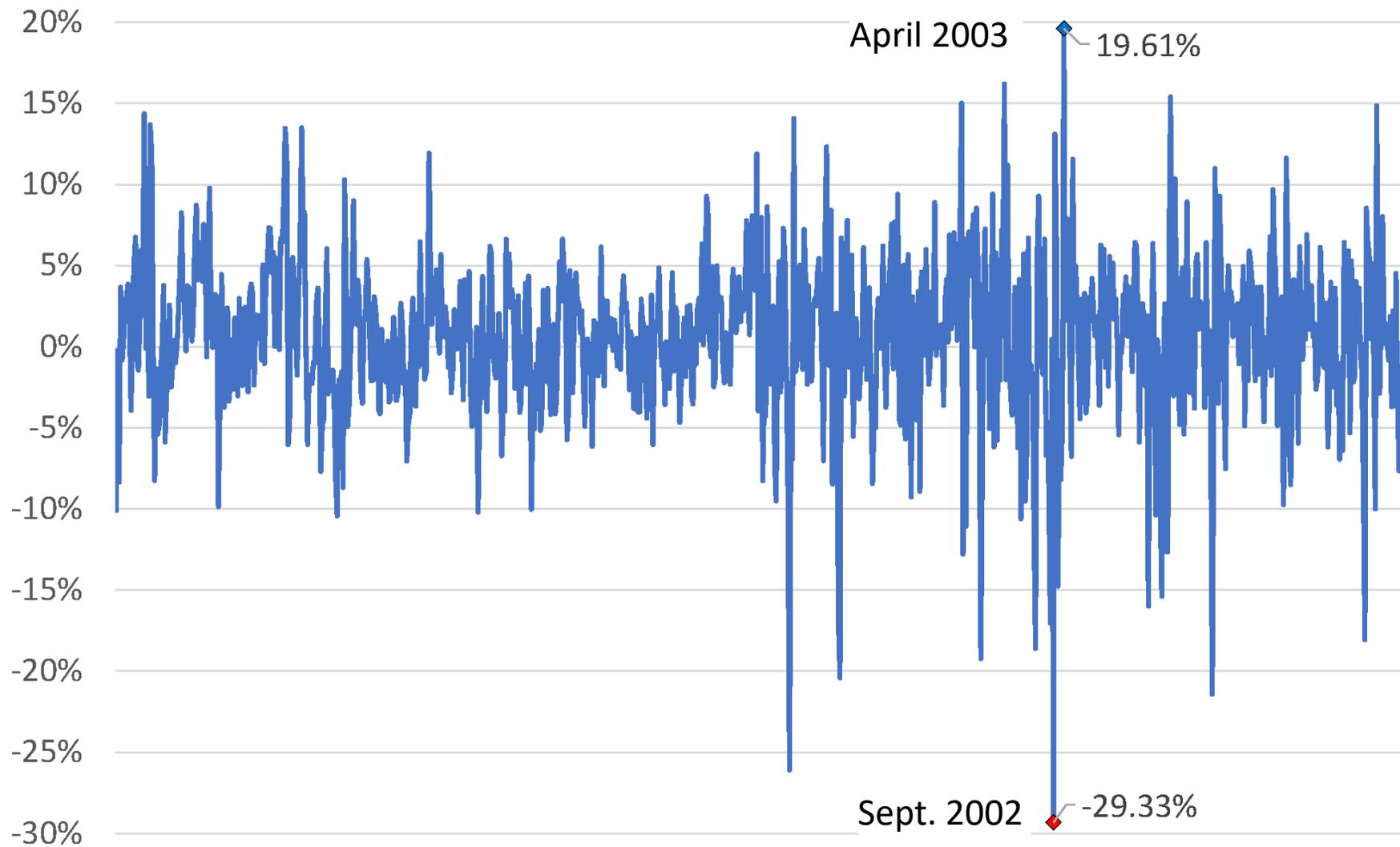
Beispiel:  $\beta \equiv 100\%$ ,  $\sigma_{\text{Markt}} = 20\%$ ,  $ERP = 5\%$ ,  $\rho(0) = \rho_{\text{Ziel}} = 20\%$

$$\mu_p^e(t) = \mu_{\text{sicher}}(t) + 0,25\%$$

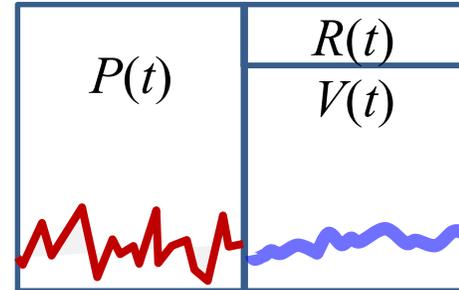
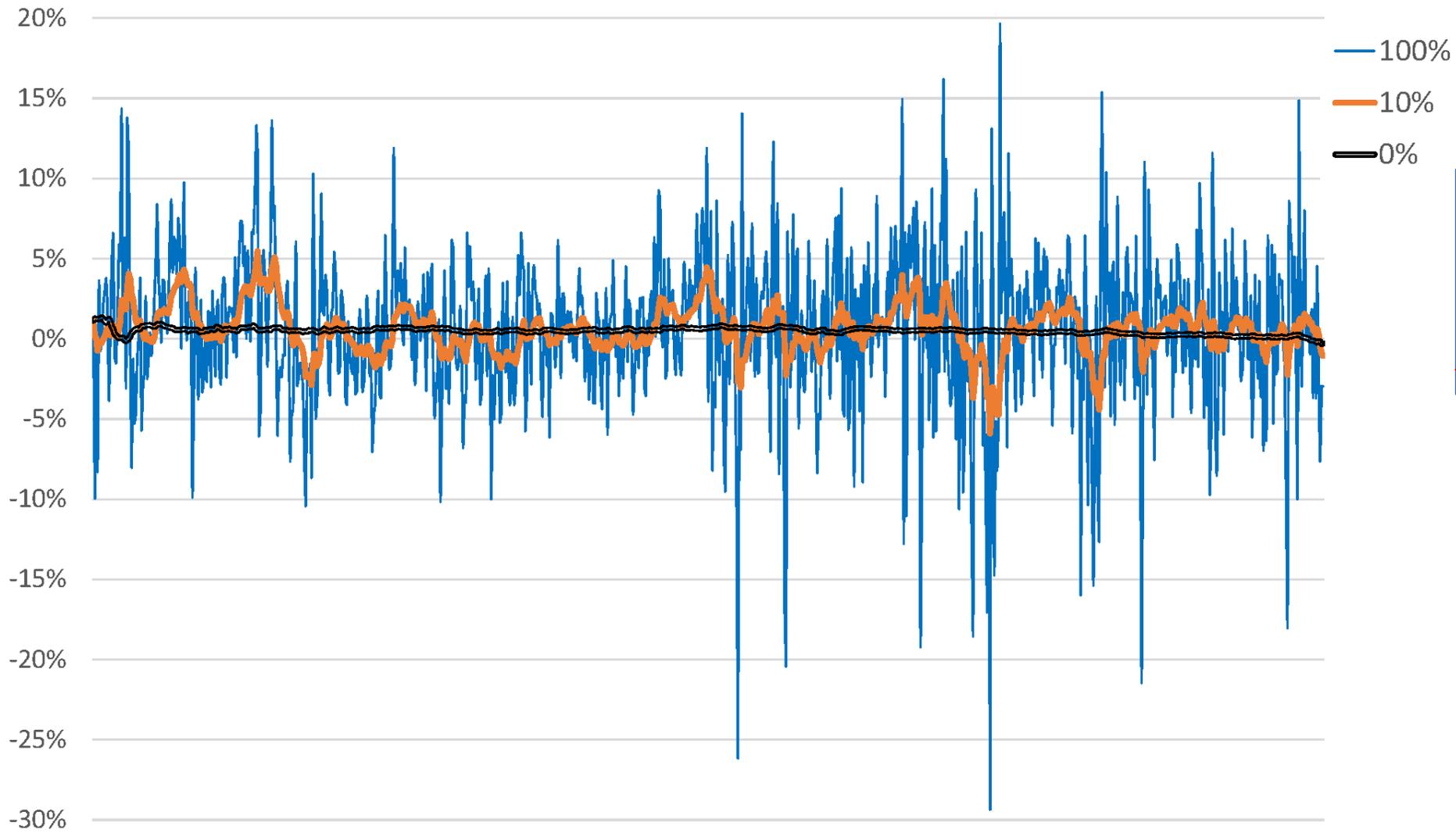
$$\rho(t + \Delta) - \rho_{\text{Ziel}} = \begin{cases} \mu_p(t + \Delta) - \mu_p^e(t) + \rho(t) - \rho_{\text{Ziel}} & \text{für } \theta_{\Delta} = 0 \\ \mu_p(t + \Delta) - \mu_p^e(t) + (1 - \theta_{\Delta})(\rho(t) - \rho_{\text{Ziel}}) & \text{für } 0 < \theta_{\Delta} < 1 \\ \mu_p(t + \Delta) - \mu_p^e(t) & \text{für } \theta_{\Delta} = 1 \end{cases}$$

$$\eta(t) = \begin{cases} \mu_p^e(t) & \text{für } \theta_{\Delta} = 0 \\ \mu_p^e(t) + \theta_{\Delta}(\rho(t) - \rho_{\text{Ziel}}) & \text{für } 0 < \theta_{\Delta} < 1 \\ \mu_p(t) + \mu_p^e(t) - \mu_p^e(t - \Delta) & \text{für } \theta_{\Delta} = 1 \end{cases}$$

# Monatliche Veränderung des DAX\*) (01.1950 bis 05.2022)

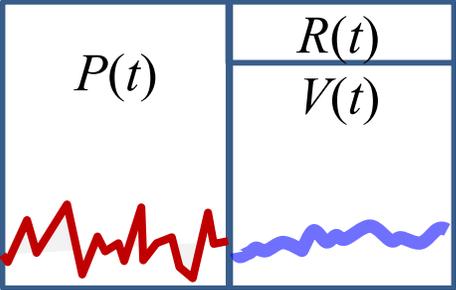
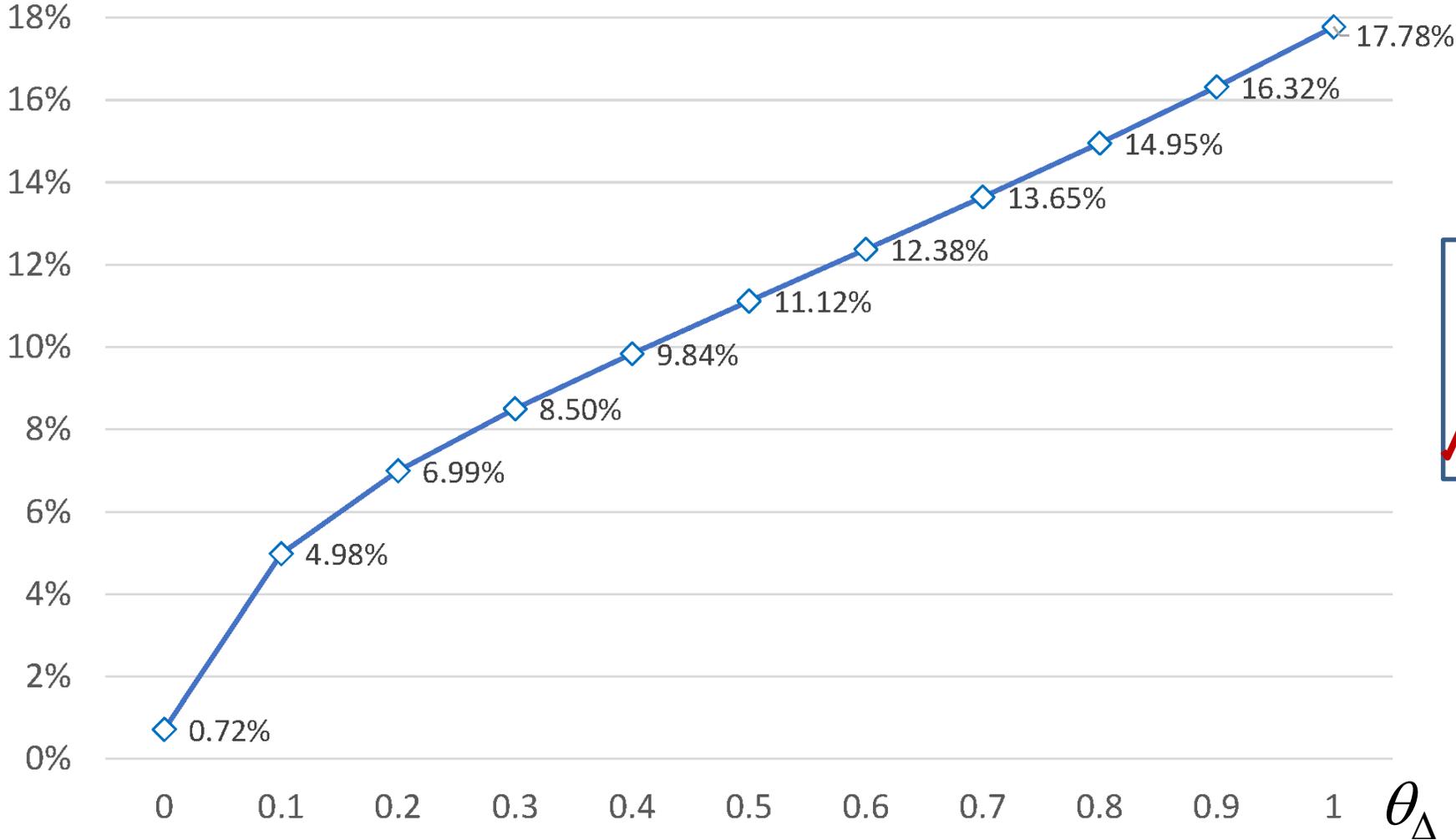


# $\eta(t)$ : mtl. Veränderung $V(t)$ (für $\theta_{\Delta} = 0\%, 10\%, 100\%$ )

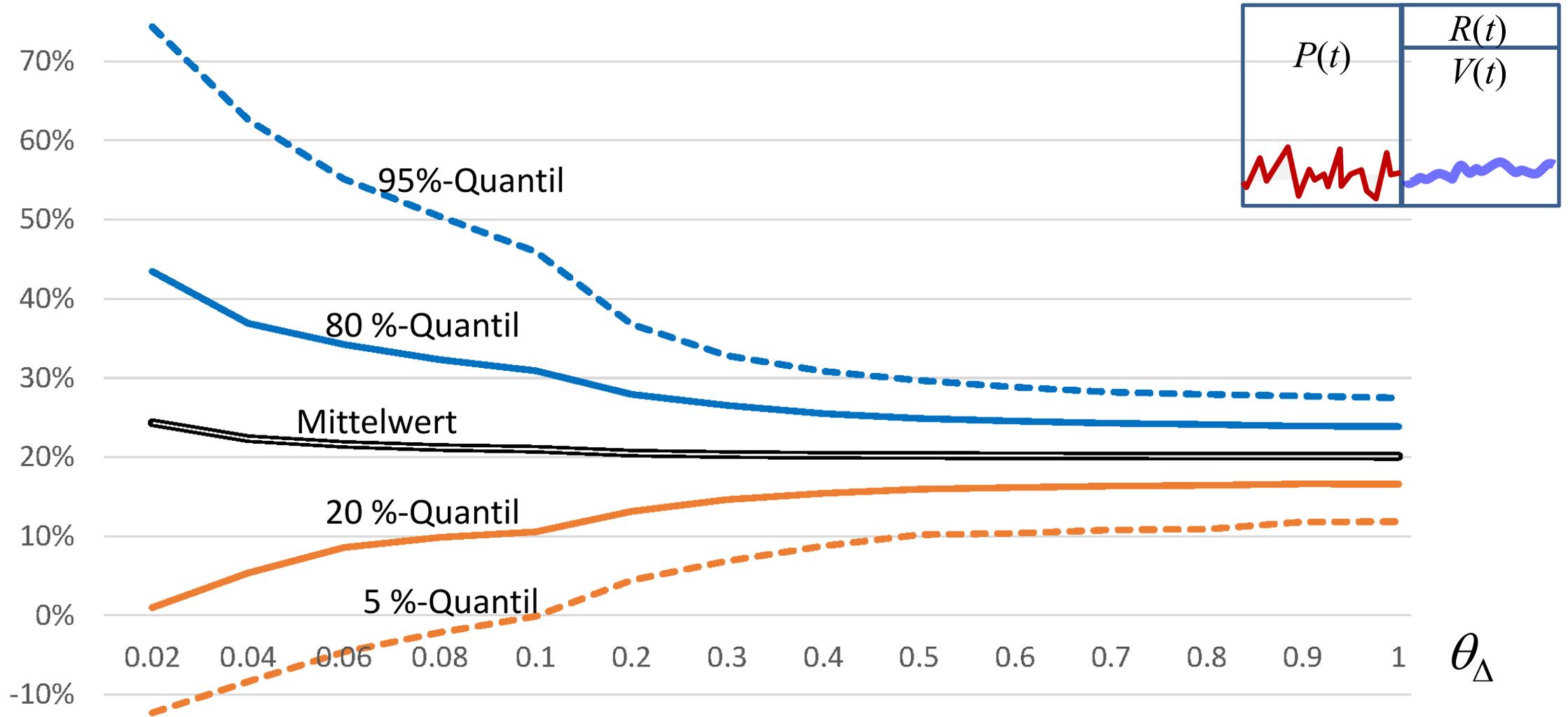




# Annualisierte Volatilität $\eta(t)$ für $\theta_{\Delta} = 0\%, 10\%, \dots, 100\%$



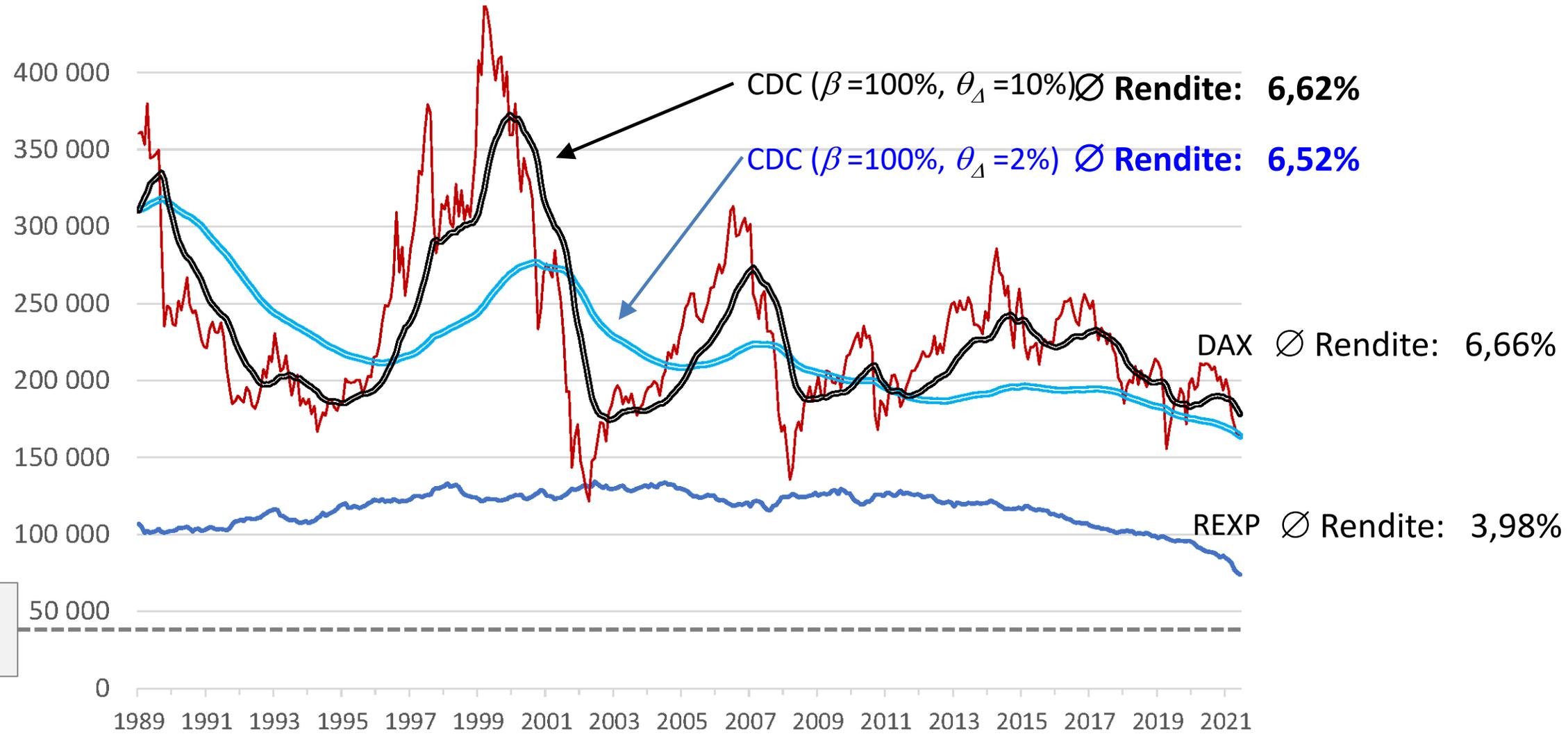
# Quantile Reservequote $\rho(t)$ für $\theta_\Delta = 2\%, 4\%, \dots, 100\%$



# Backtesting kollektive Sparmodelle

(1950-2022)

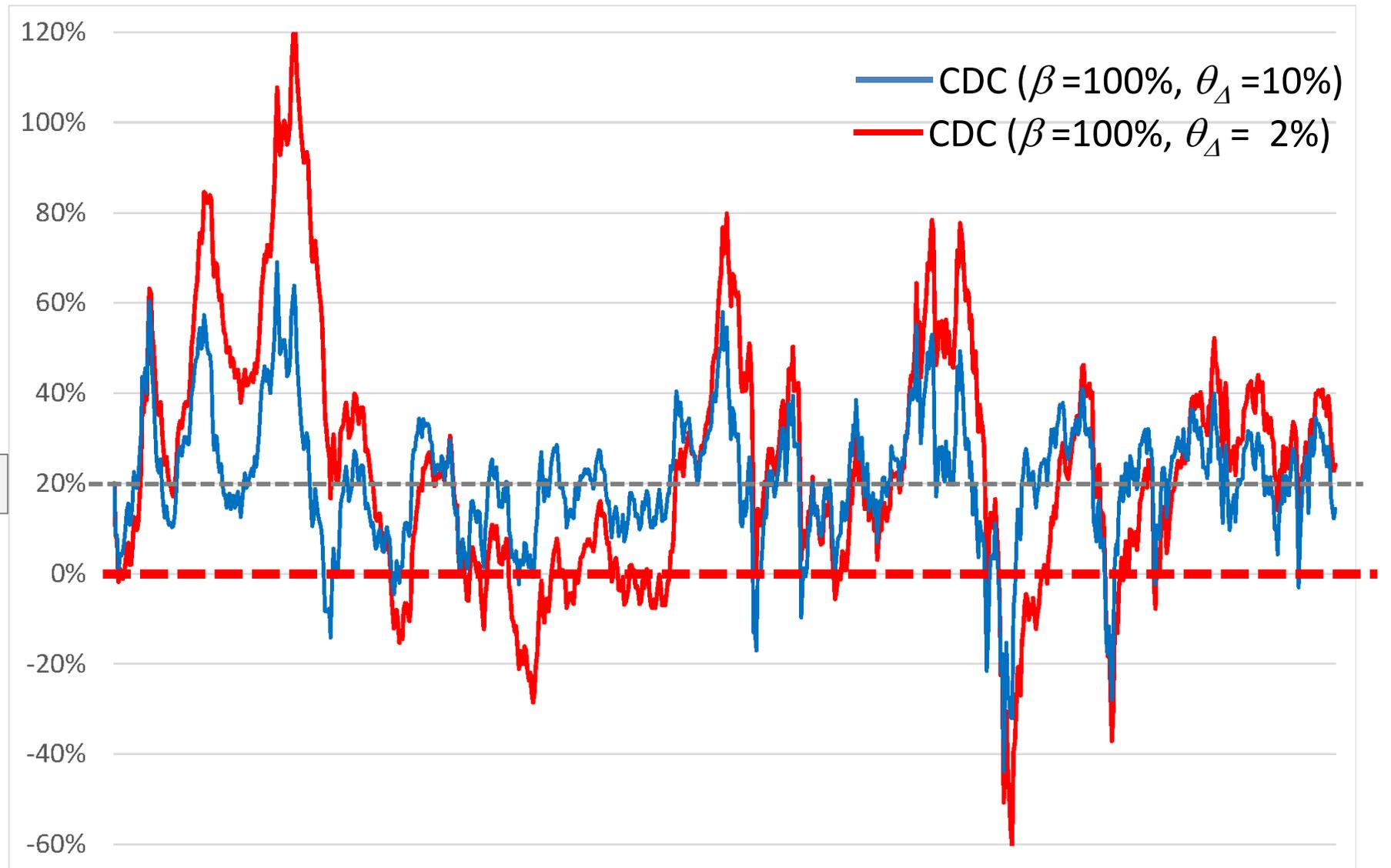
# Endvermögen nach Sparergenerationen (40J. mtl. 100€)





# Verlauf der Reservequote $\rho(t)$

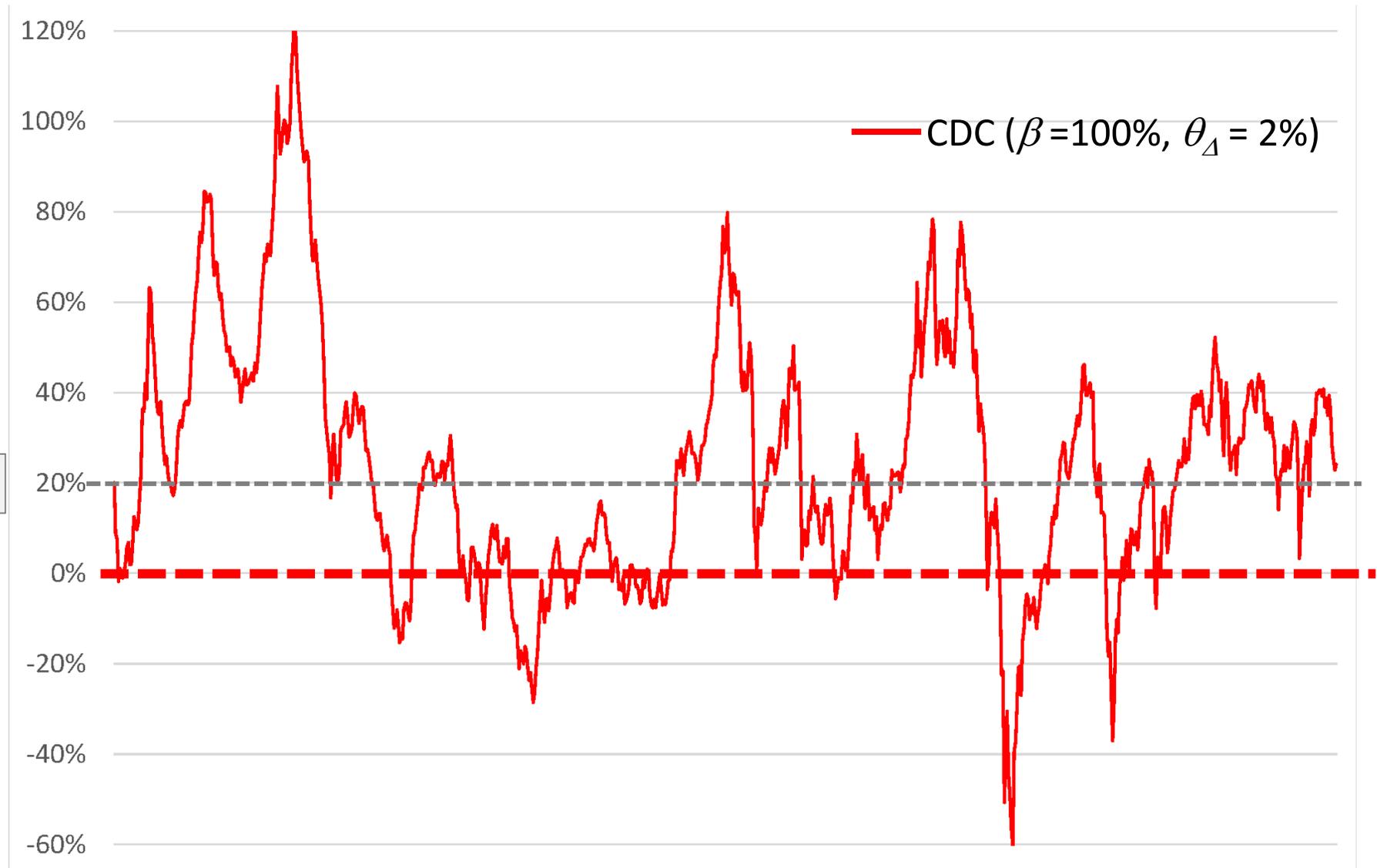
Zielreserve





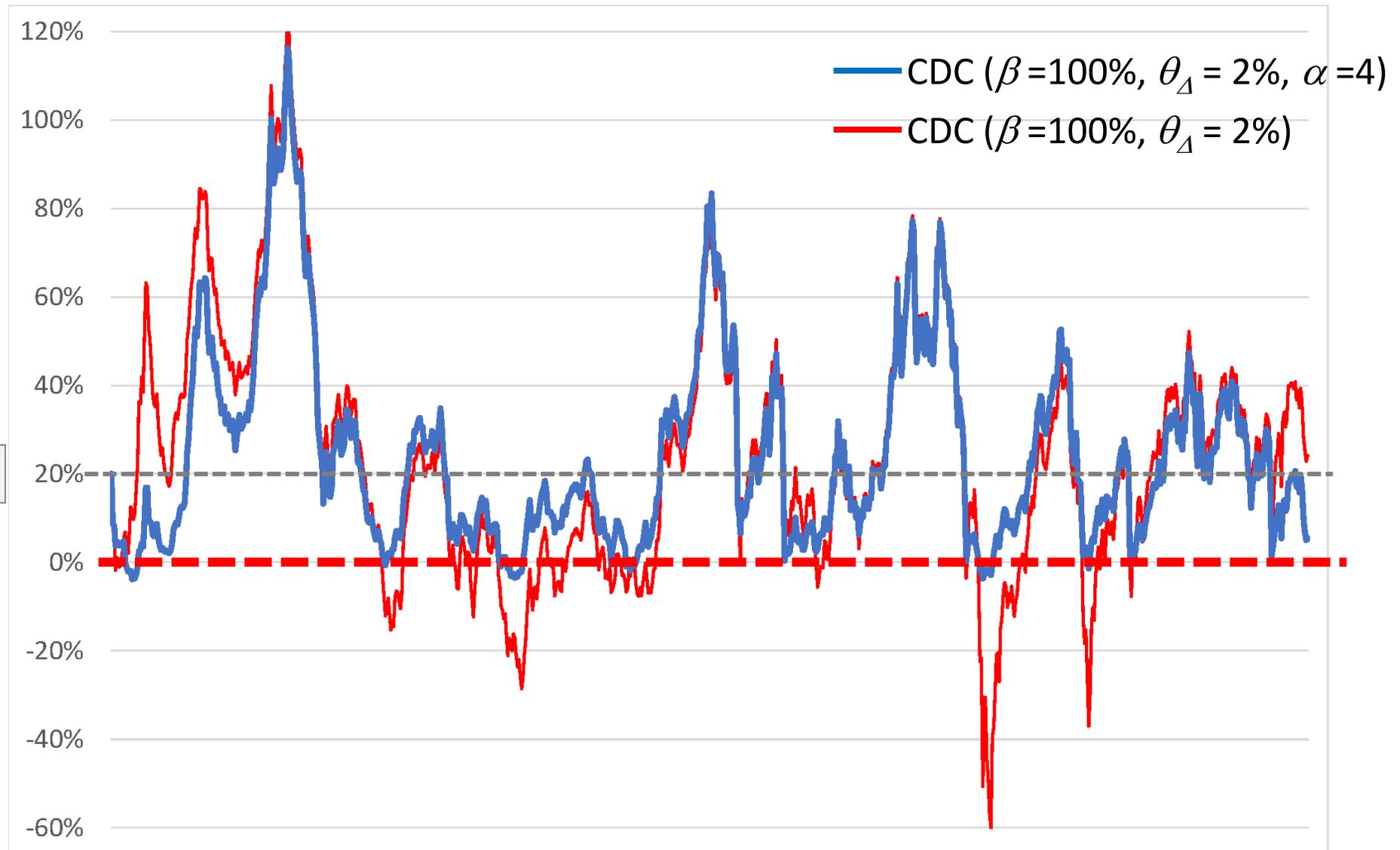
# Verlauf der Reservequote $\rho(t)$

Zielreserve

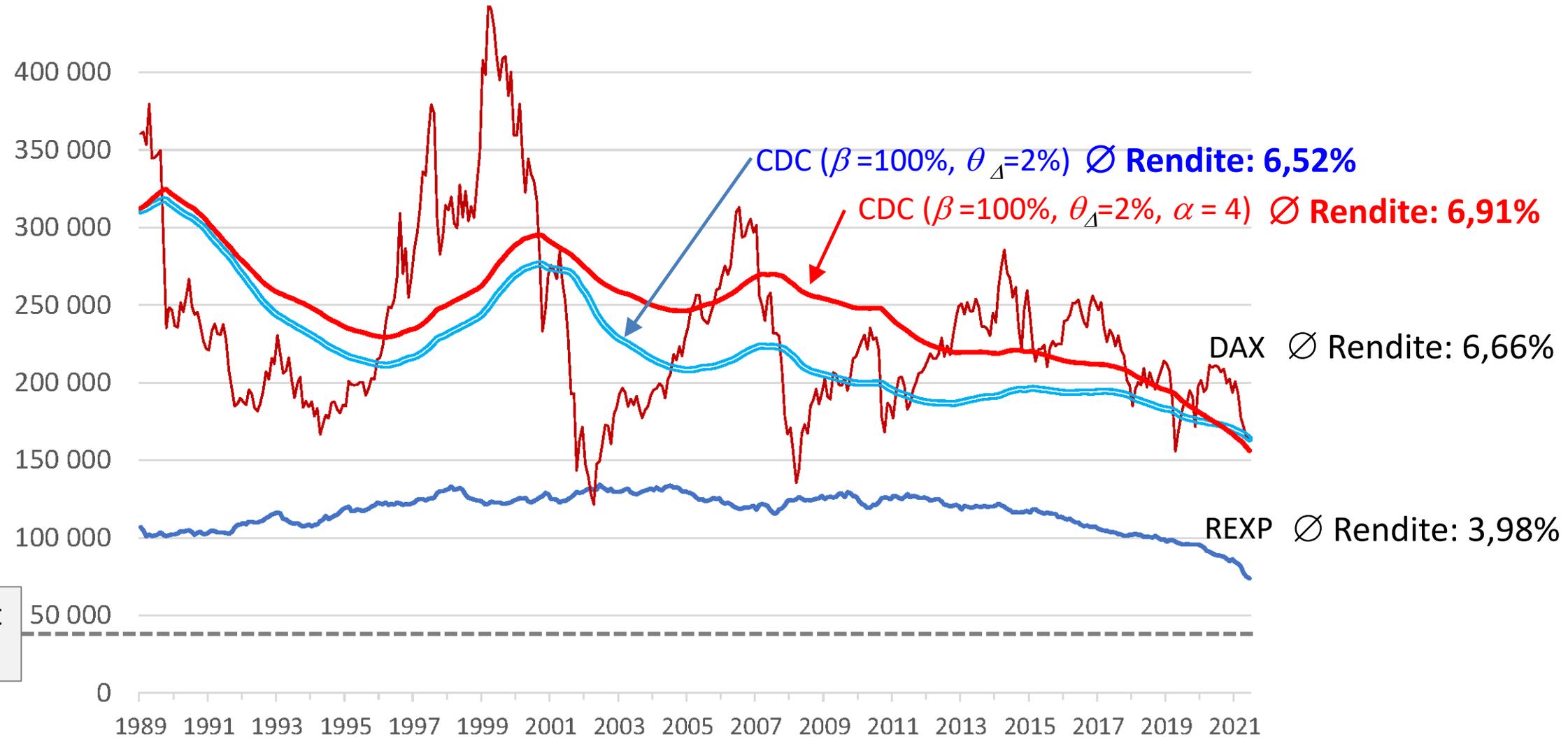


# Verlauf der Reservequote $\rho(t)$

Zielreserve

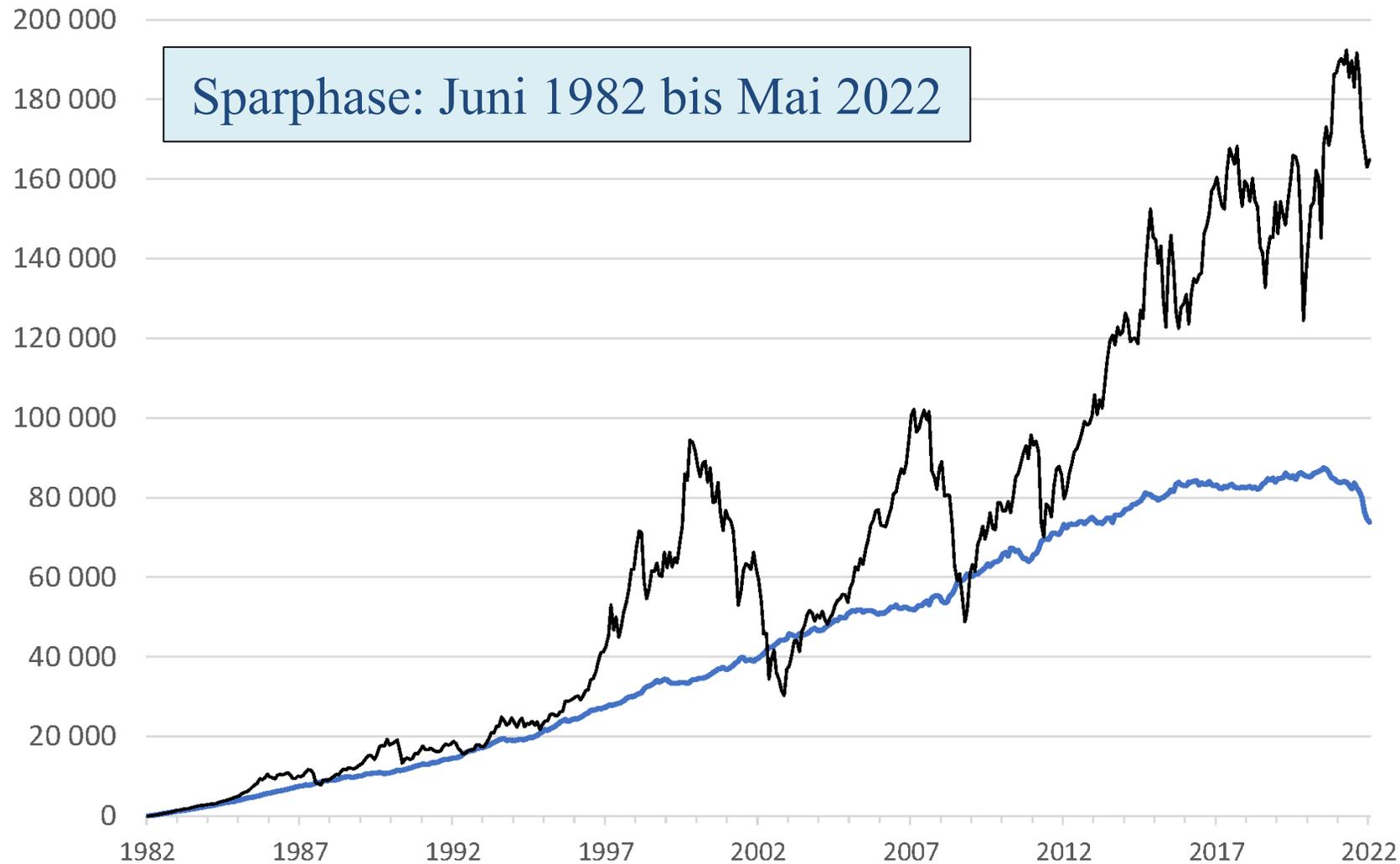


# Endvermögen\*) nach Sparergenerationen (40J. mtl. 100€)



Kapitalerhalt  
= 48.000

# Verlauf des Sparguthabens (40 J., 100€ mtl. Sparrate)



## DAX-Sparplan

Guthaben: 164 895€

(Rendite: 5,41%)

Rente: ca. 687€ \*)

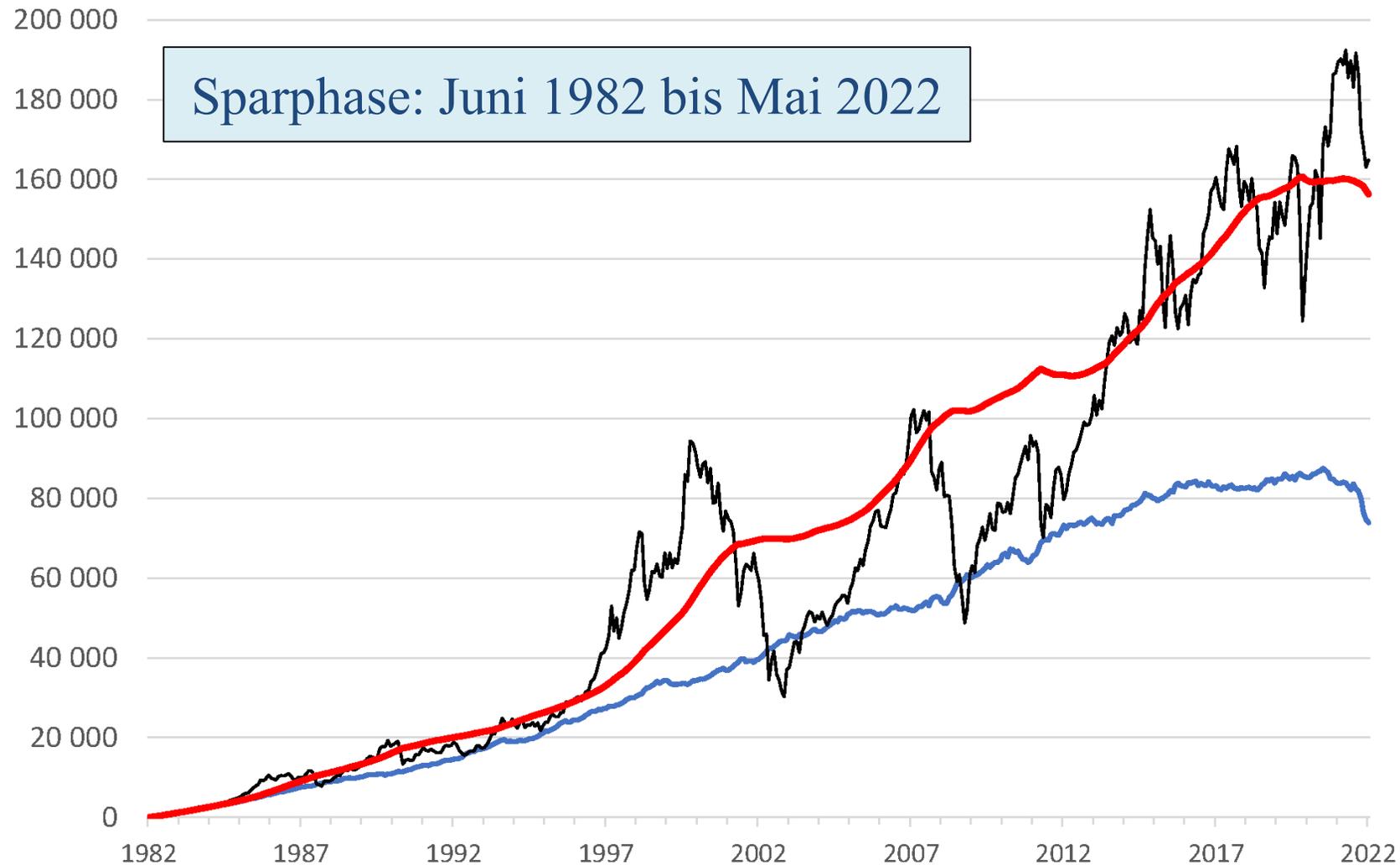
## REXP-Sparplan

Guthaben: 72 871€

(Rendite: 2,04%)

Rente: ca. 304€

# Verlauf des Sparguthabens (40 J., 100€ mtl. Sparrate)



## DAX-Sparplan

Guthaben: 164 895€

(Rendite: 5,41%)

Rente: ca. 687€

## REXP-Sparplan

Guthaben: 72 871€

(Rendite: 2,04%)

Rente: ca. 304€

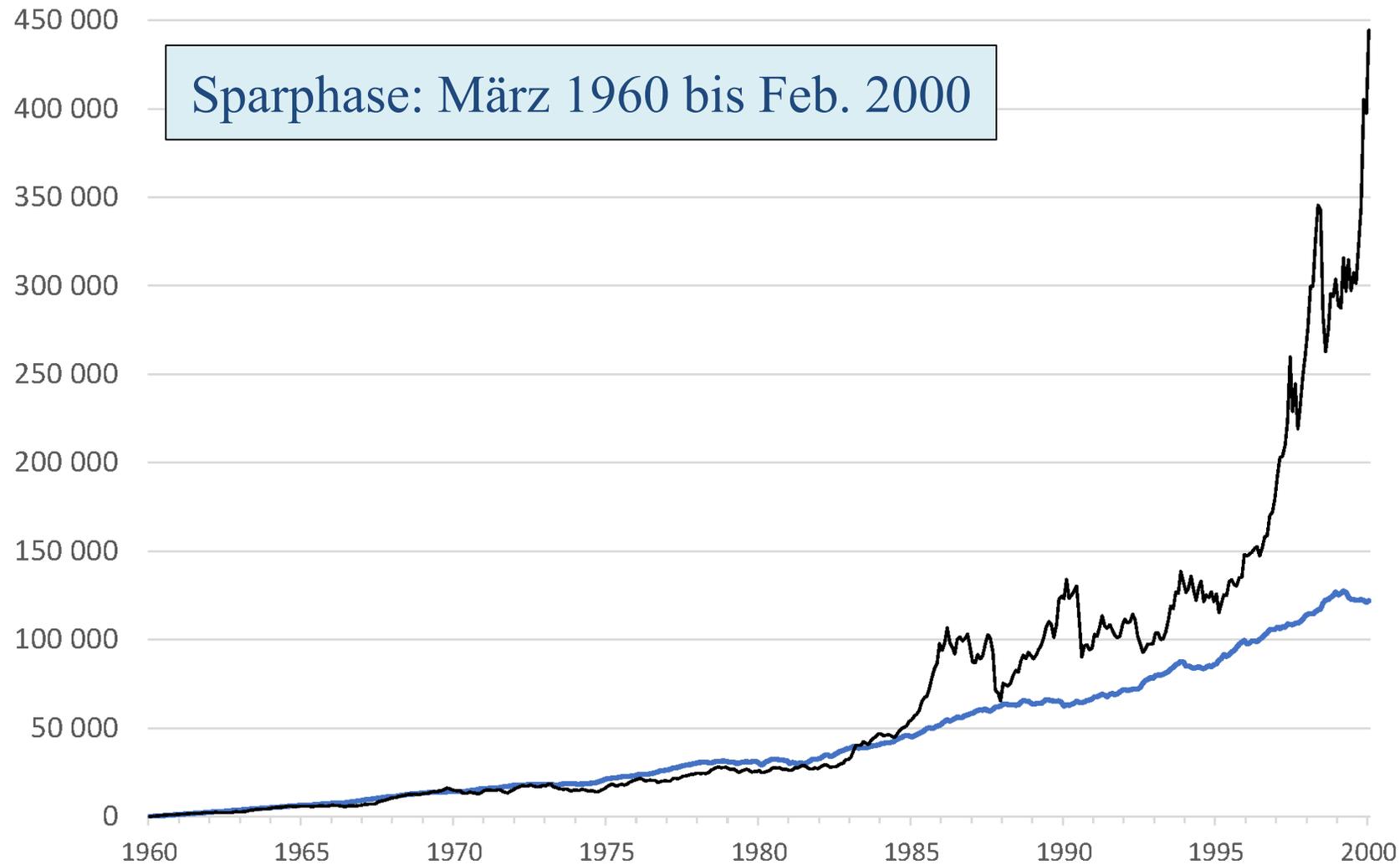
## CDC-Sparplan

Guthaben: 156 256€

(Rendite: 5,19%)

Rente: ca. 651€

# Verlauf des Sparguthabens (40 J., 100€ mtl. Sparrate)



## DAX-Sparplan

Guthaben: 444 446€

(Rendite: 9,16%)

Rente: ca. 1852€

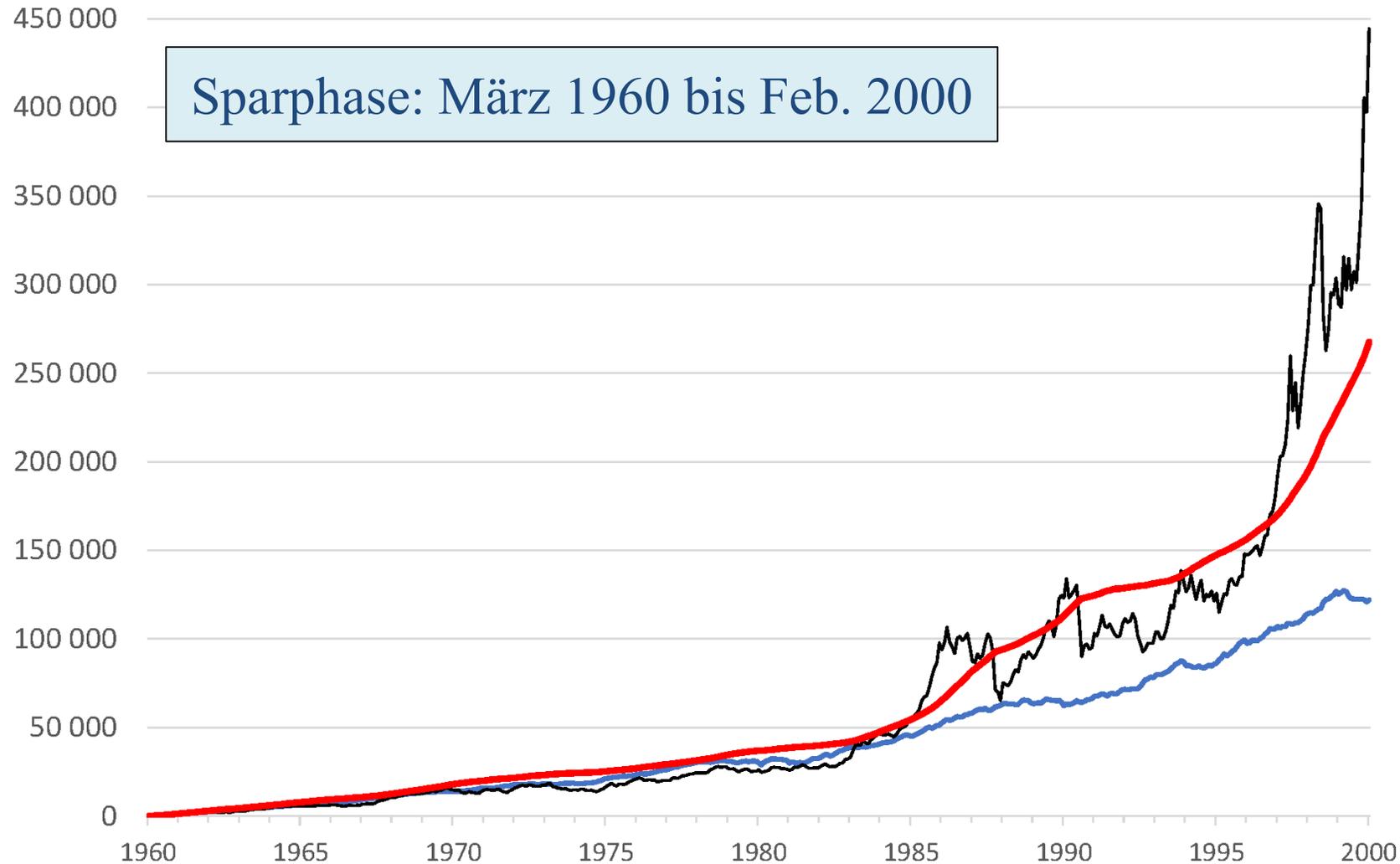
## REXP-Sparplan

Guthaben: 122 010€

(Rendite: 4,19%)

Rente: ca. 508€

# Verlauf des Sparguthabens (40 J., 100€ mtl. Sparrate)



## DAX-Sparplan

Guthaben: 444 446€

(Rendite: 9,16%)

Rente: ca. 1852€

## REXP-Sparplan

Guthaben: 122 010€

(Rendite: 4,19%)

Rente: ca. 508€

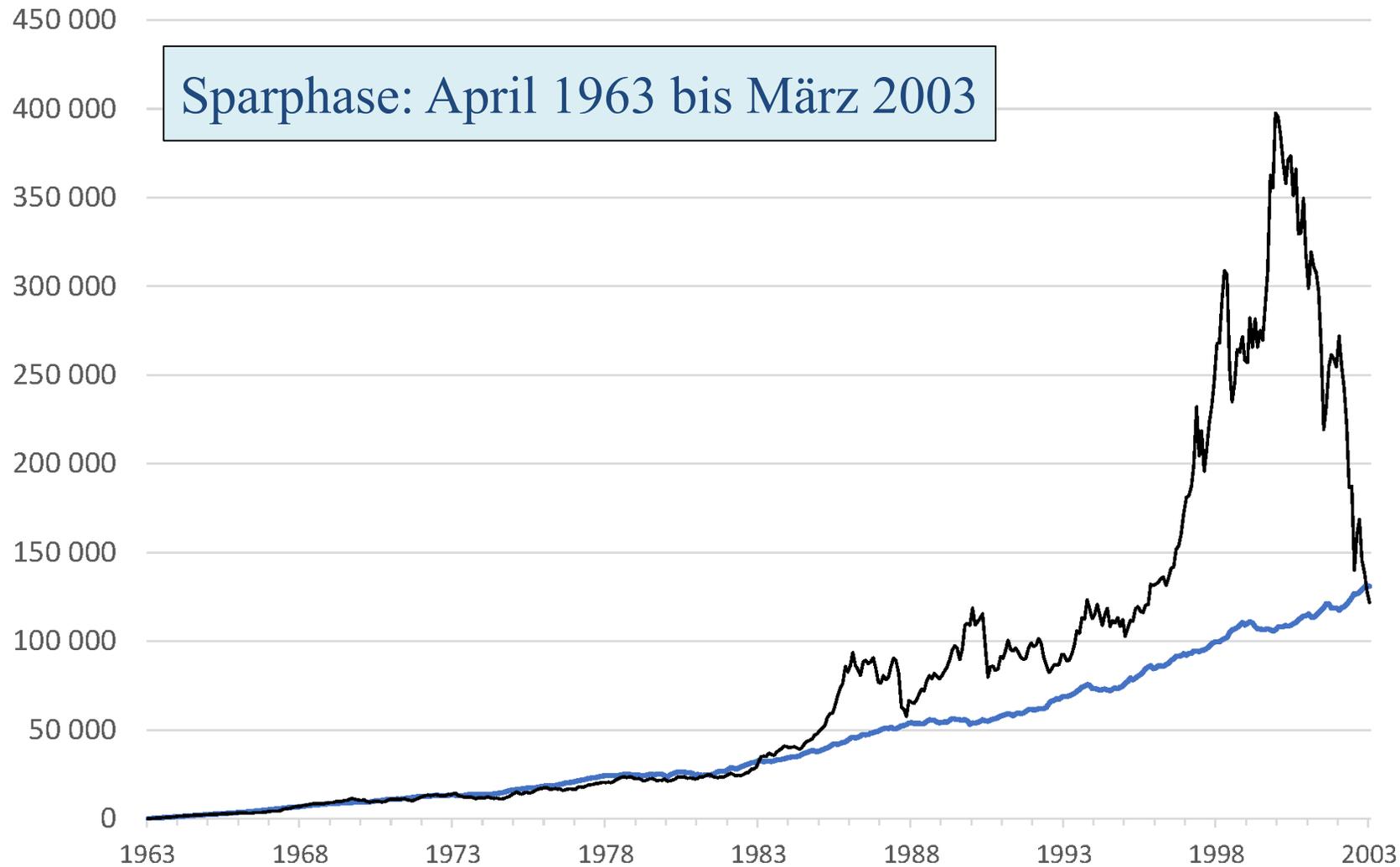
## CDC-Sparplan

Guthaben: 267 542€

(Rendite: 7,28%)

Rente: ca. 1115€

# Verlauf des Sparguthabens (40 J., 100€ mtl. Sparrate)



## DAX-Sparplan

Guthaben: 121 664€

(Rendite: 4,18%)

Rente: ca. 507€

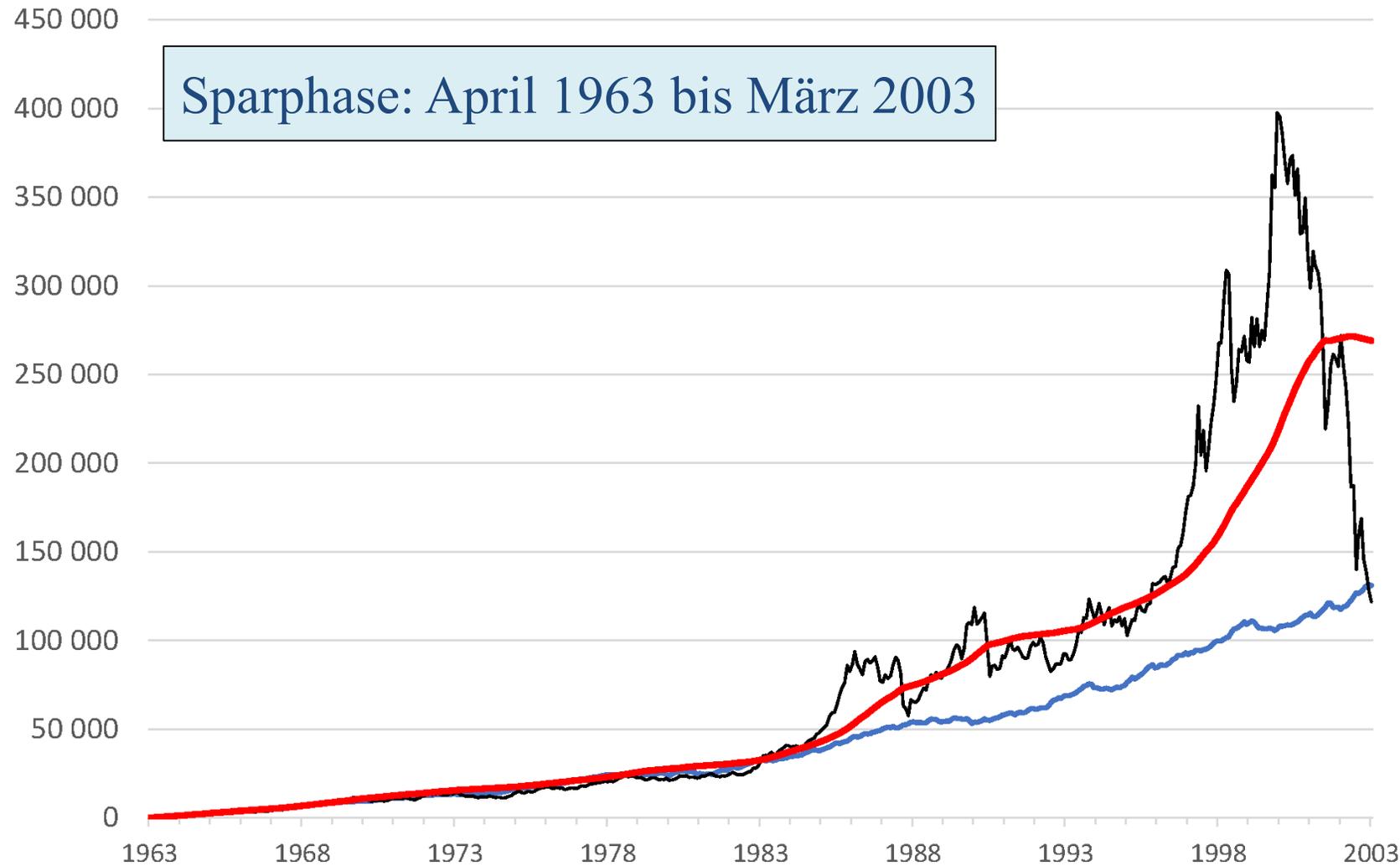
## REXP-Sparplan

Guthaben: 131 017€

(Rendite: 4,48%)

Rente: ca. 546€

# Verlauf des Sparguthabens (40 J., 100€ mtl. Sparrate)



## DAX-Sparplan

Guthaben: 121 664€

(Rendite: 4,18%)

Rente: ca. 507€

## REXP-Sparplan

Guthaben: 131 017€

(Rendite: 4,48%)

Rente: ca. 546€

## CDC-Sparplan

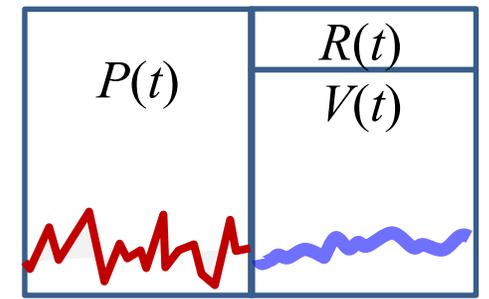
Guthaben: 268 982€

(Rendite: 7,30%)

Rente: ca. 1121€

# Risikokennzahlen für den Sparverlauf

(insgesamt 390 Sparphasen)

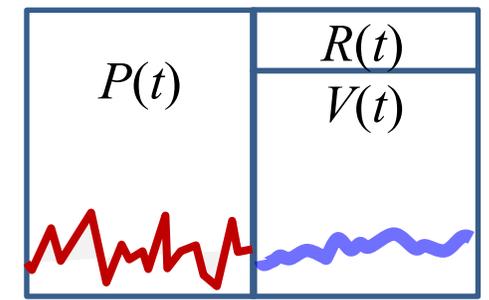
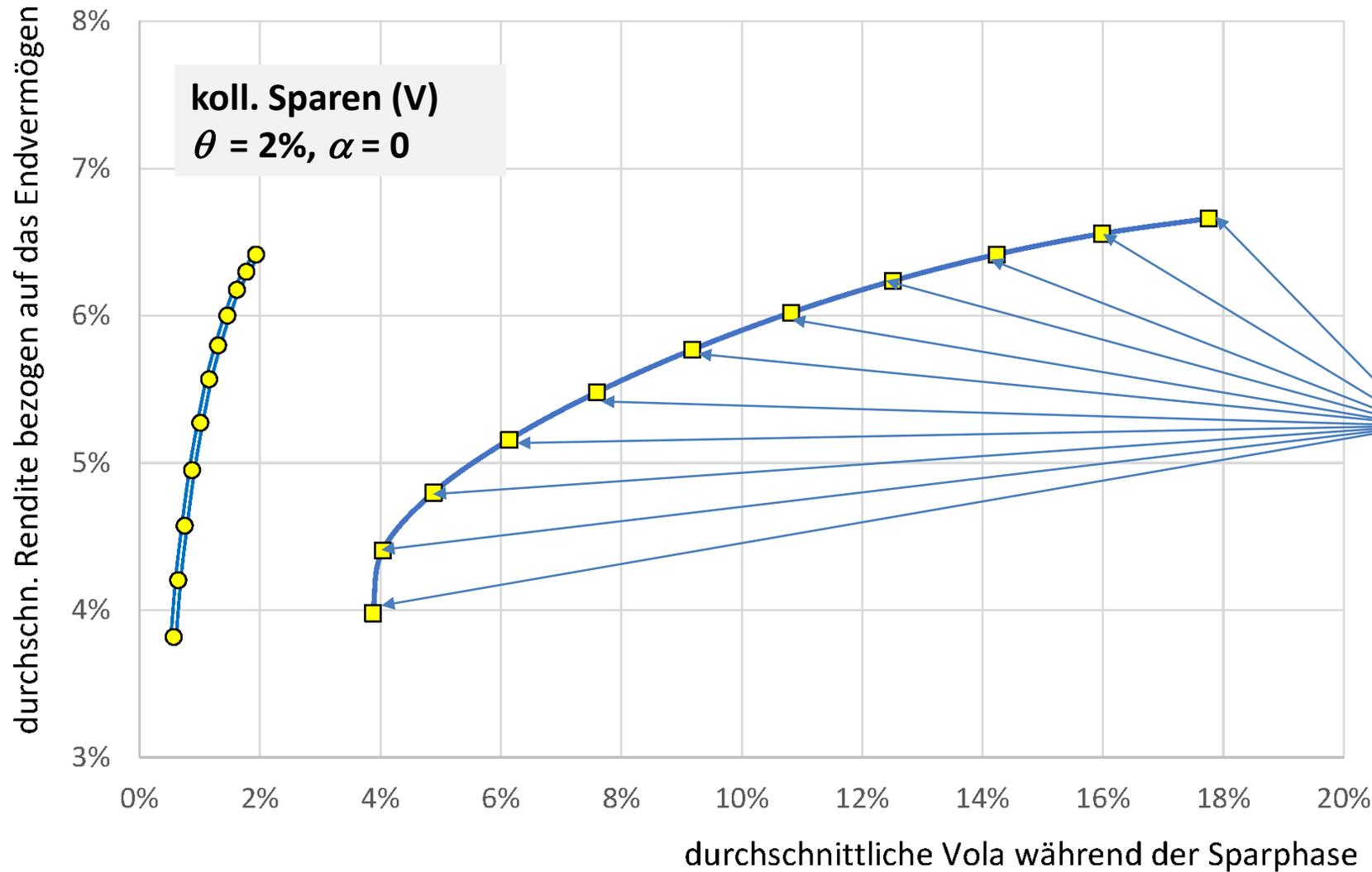


**Rendite:** Durchschnitt der Renditen aller 40-jährigen Sparpläne

Risikokennzahlen:

- **Volatilität:** annualisierte Standardabw. der mtl. Renditen während der 40-jährigen Sparphase – Durchschnitt über alle 390 Sparphasen
- **Maximum Drawdown:** maximaler relativer Wertverlauf während des Sparvorgangs – Durchschnitt über alle 390 Sparphasen
- **Maximale Verlustdauer:** Anzahl der Monate während der Sparphase, in der (trotz Sparbeiträgen) das Sparguthaben sinkt – Durchschnitt über alle 390 Sparphasen

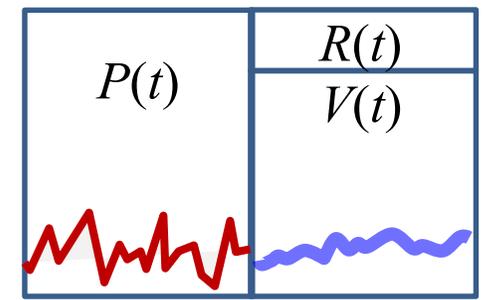
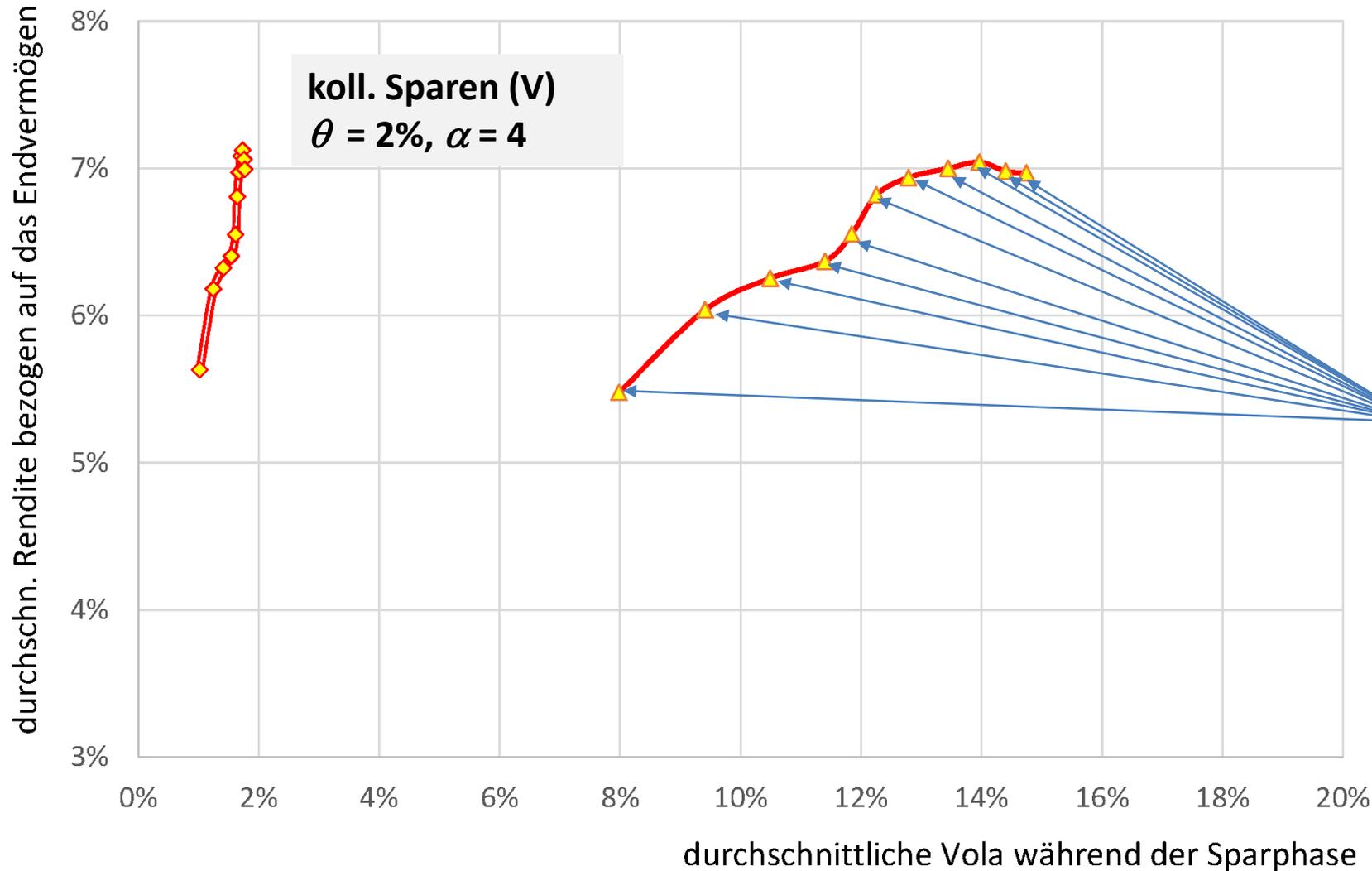
# Rendite-Risiko-Profile 40-jähriger Sparpläne



**Fondssparen (P)**  
DAX-REXP-Mischung  
Aktienquote: 0% – 100%

**Volatilität**

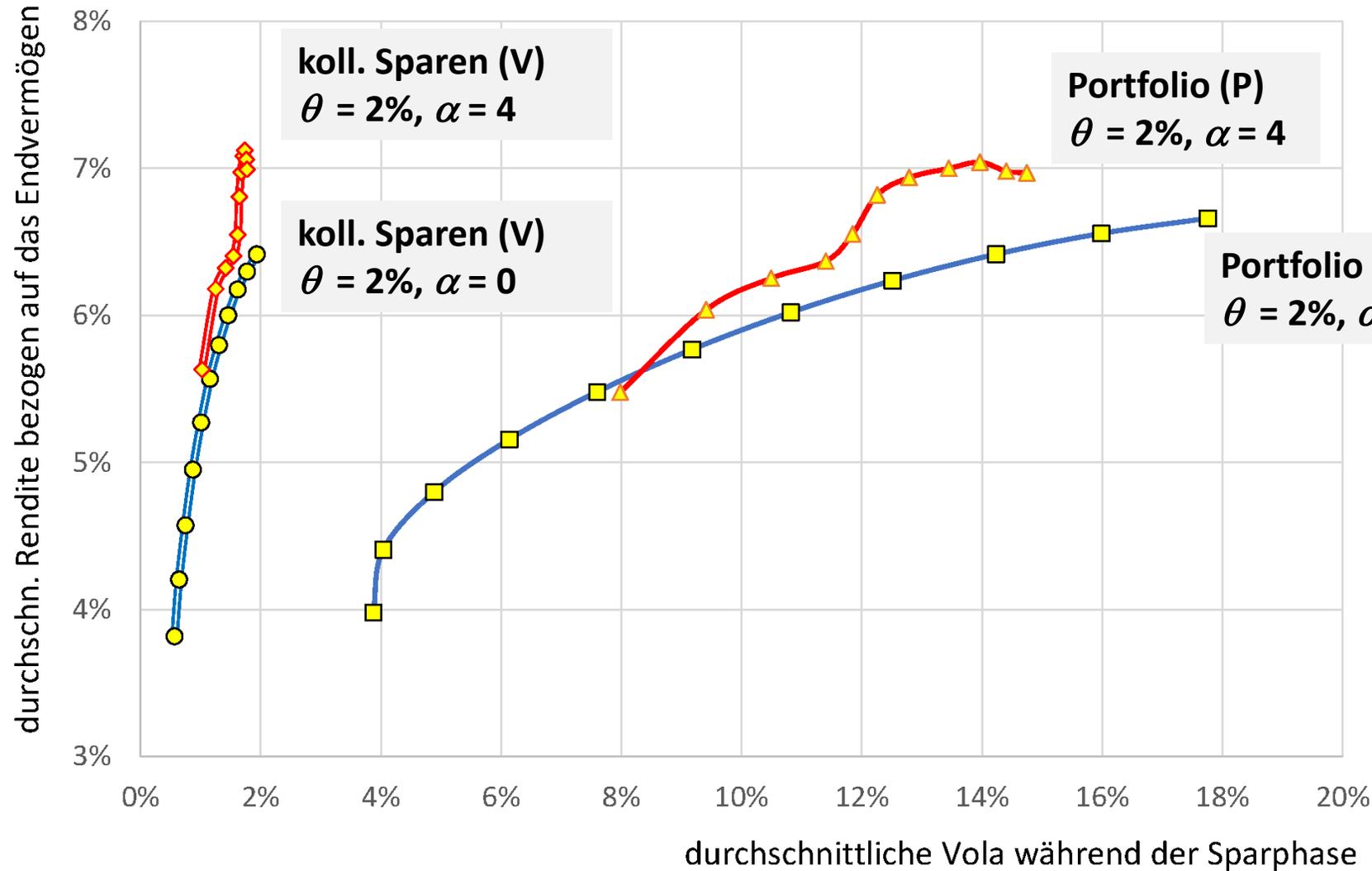
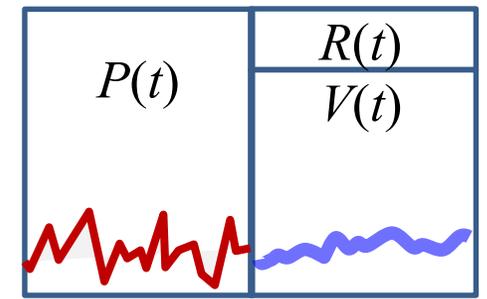
# Rendite-Risiko-Profile 40-jähriger Sparpläne



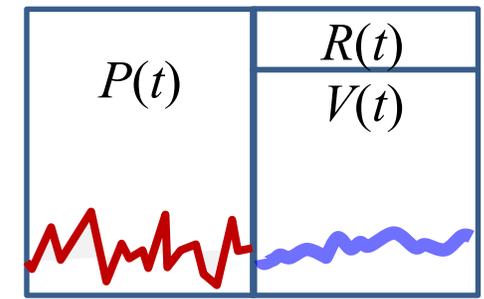
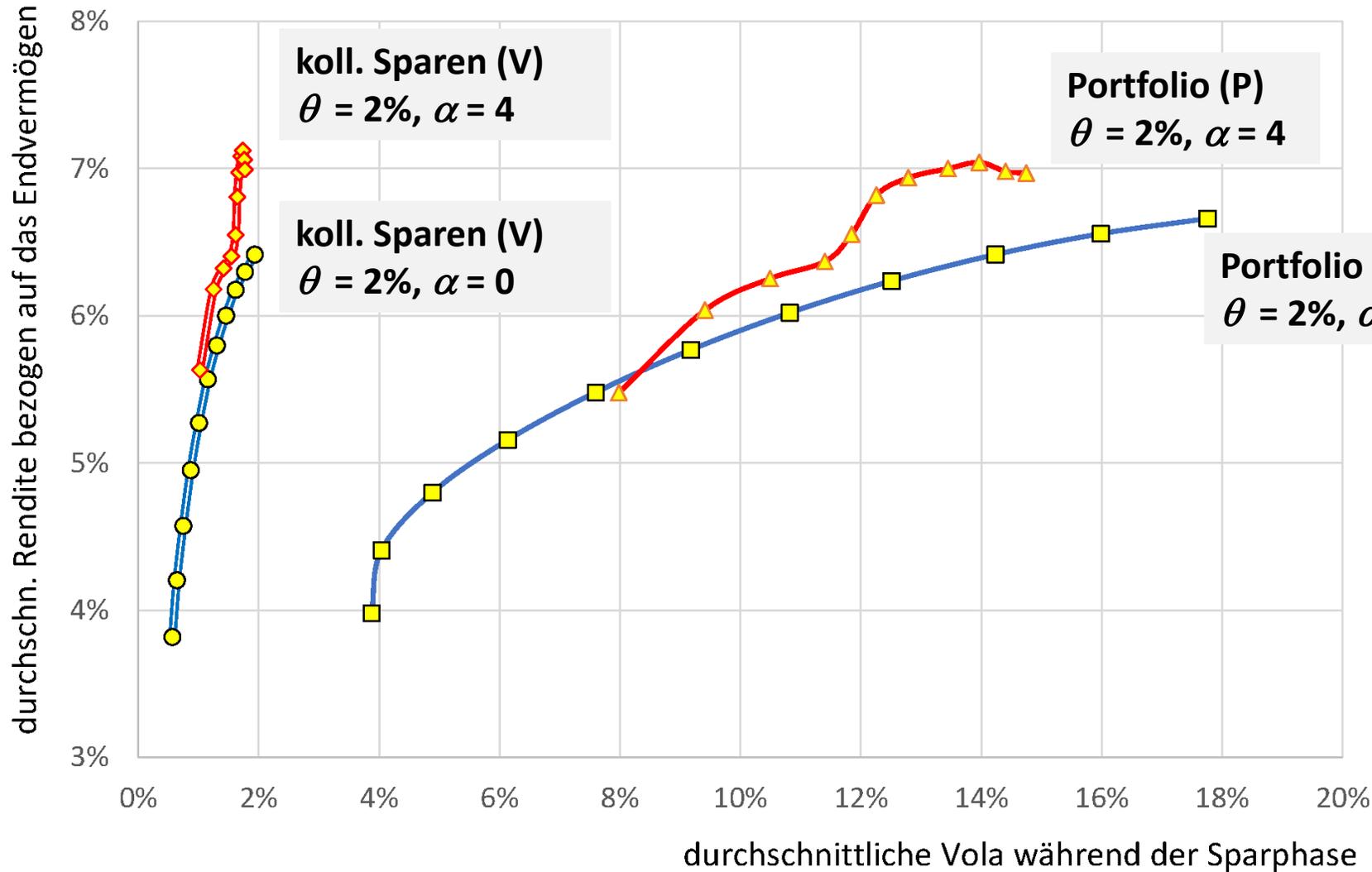
**Portfolio (P)**  
DAX-REXP-Mischung  
AQZiel: 0% – 100%

**Volatilität**

# Rendite-Risiko-Profile 40-jähriger Sparpläne

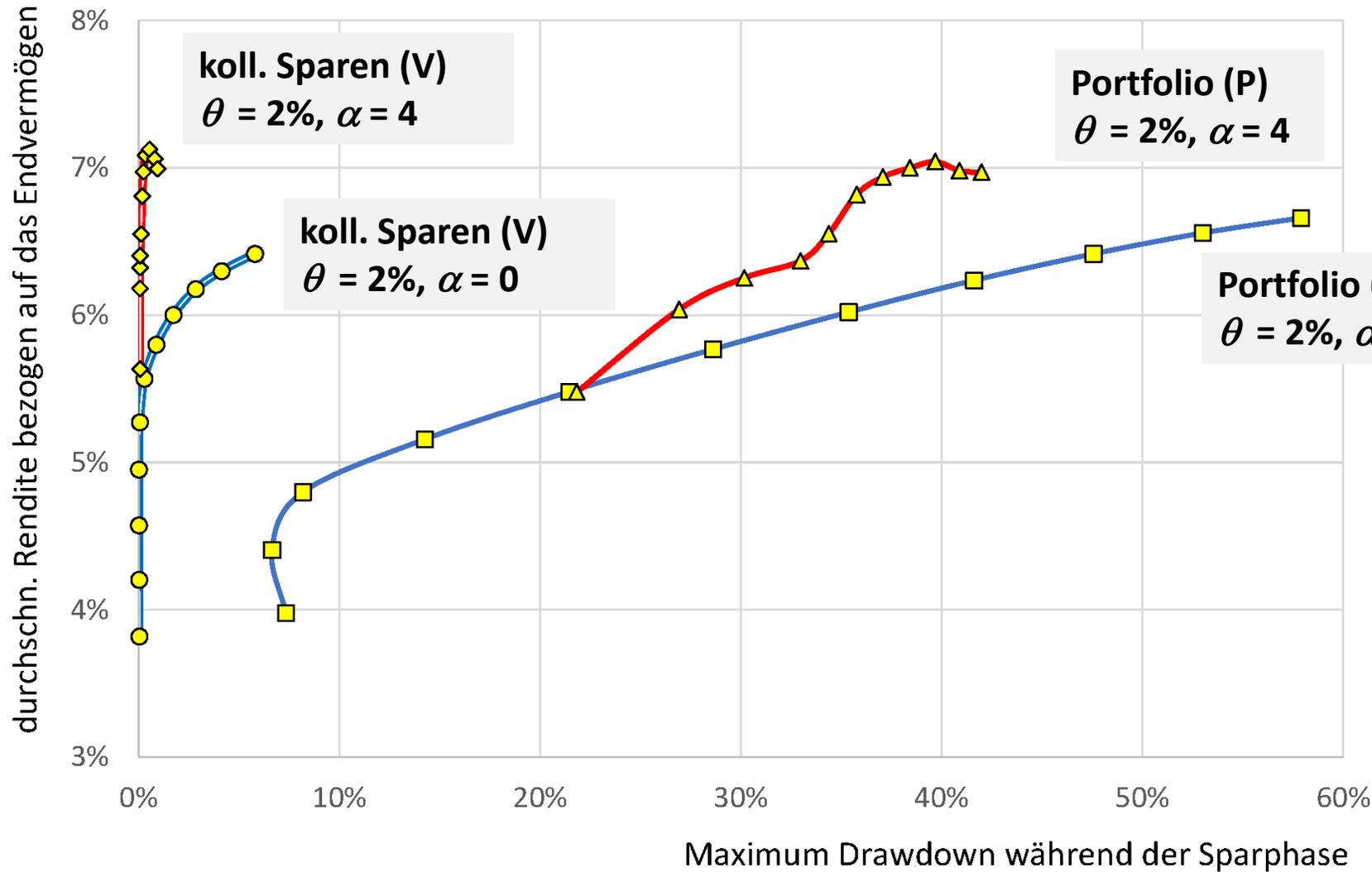
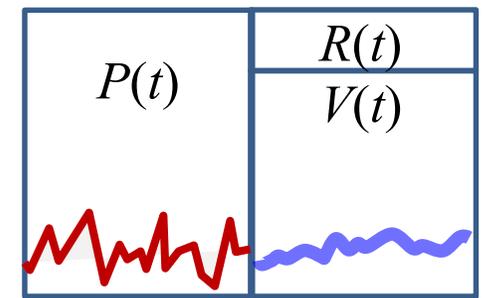


# Rendite-Risiko-Profile 40-jähriger Sparpläne



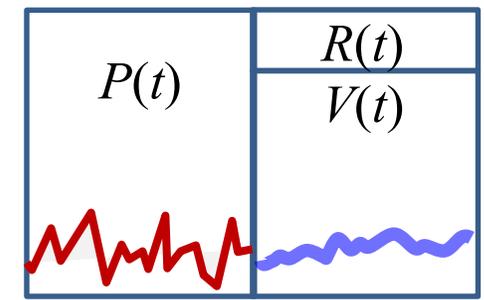
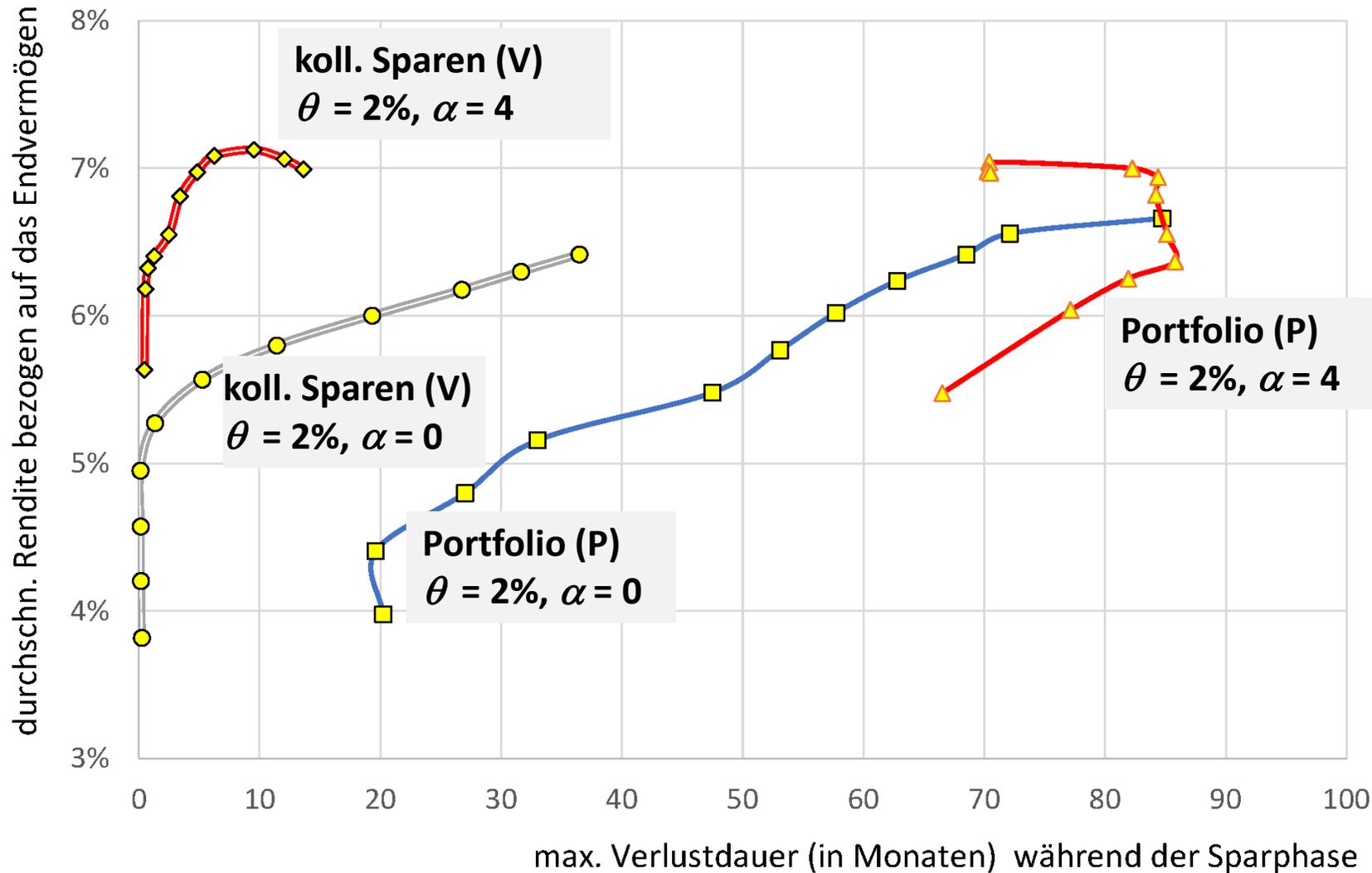
**Volatilität**

# Rendite-Risiko-Profile 40-jähriger Sparpläne



**Maximum Drawdown**

# Rendite-Risiko-Profile 40-jähriger Sparpläne



max. Verlustdauer

# Fazit

- Auch ohne Garantien ist ein Aufbau einer kapitalgedeckten Altersversorgung möglich!
- Der kollektive Risikoausgleich zwischen den Sparergenerationen ist nutzenstiftend
- ... und vermeidet irrationale Übertreibungen am Kapitalmarkt.
- Für den langfristigen Aufbau einer kapitalgedeckten Altersversorgung sind „sichere“ Sparformen ungeeignet.
- ... und schließlich: Vorsicht bei stochastischen Modellen!

# Ausblick

- Allgemein: Alterssicherungssysteme müssen **resilient** sein, d.h. kurzfristige Störungen müssen abgefangen werden, jedoch Anpassung an langfristige Trends!
- Ausbau der kapitalgedeckten Altersversorgung ist auch gesamtwirtschaftlich geboten.
- Kapitalgedeckten Altersversorgung: Faire Teilhabe am Produktionsfaktor Kapital

## Wie kann man mit 10 Mrd. € sinnvoll einsetzen?

- Finanzierung der Startreserve:
  - statt Riester-Prämie: staatlicher Zuschuss zum Aufbau der Startreserve
- Staatliche Garantien während der Anlaufphase

# Danke für Ihre Aufmerksamkeit !

Oskar Goecke  
TH Köln, Institut für Versicherungswesen  
Claudiusstraße 1  
50678 Köln  
Tel. 0221 8275 3278  
Email: [oskar.goecke@th-koeln.de](mailto:oskar.goecke@th-koeln.de)

# Literatur-/ Quellenverzeichnis

- Deutscher Bundestag, Ausschuss für Arbeit und Soziales, Anhörung vom 27.3.2017, Ausschussdrucksache 18(11)971, S. 46, <https://www.bundestag.de/resource/blob/500052/9002d0f216eab1c80931a757ef610fad/materialzusammenstellung-data.pdf>
- Goecke, O. (2013): Pension saving schemes with return smoothing mechanism, Insurance: Mathematics and Economics 53 (2013), S. 678-689
- Goecke, O. (2016): Collective Defined Contribution Plans – Backtesting based on German capital market data 1955-2015, [https://www.th-koeln.de/mam/downloads/deutsch/hochschule/fakultaeten/wirtschafts\\_und\\_rechtswissenschaften/5\\_2016\\_preprint.pdf](https://www.th-koeln.de/mam/downloads/deutsch/hochschule/fakultaeten/wirtschafts_und_rechtswissenschaften/5_2016_preprint.pdf)
- Goecke, O (2018): Resilience and Intergenerational Fairness in Collective Defined Contribution Pension Funds, <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:832-cos4-8049> .
- Jorda, O; Knoll, K; Kuvshinov, D.; Schularick, M; Taylor, A.M. (2019): The Rate of Return on Everything, 1870-2015; The Quarterly Journal of Economics, Volume 134, Issue 3, August 2019, Pages 1225–1298, <https://doi.org/10.1093/qje/qjz012>

**Hinweis:** Eine detaillierte Beschreibung der Quellen und der Berechnungen der verwendeten Kapitalmarktdaten wird auf Anfrage zur Verfügung gestellt. Anfragen bitte an: [oskar.goecke@th-koeln.de](mailto:oskar.goecke@th-koeln.de)