

Replikationsportfolien in der Personenversicherung

Qx-Club, Düsseldorf, 4. März 2014

Dr. O. Khomenko und E. Kühn

ERGO

1. Einführung

2. Was und wie soll repliziert werden?

3. Validierung der Replikationsportfolien

4. Erstellungs- und Validierungsprozess

5. Anwendung und praktische Nutzung der Replikationsportfolien

6. Fazit

1. Einführung

2. Was und wie soll repliziert werden?

3. Validierung der Replikationsportfolien

4. Erstellungs- und Validierungsprozess

5. Anwendung und praktische Nutzung der Replikationsportfolien

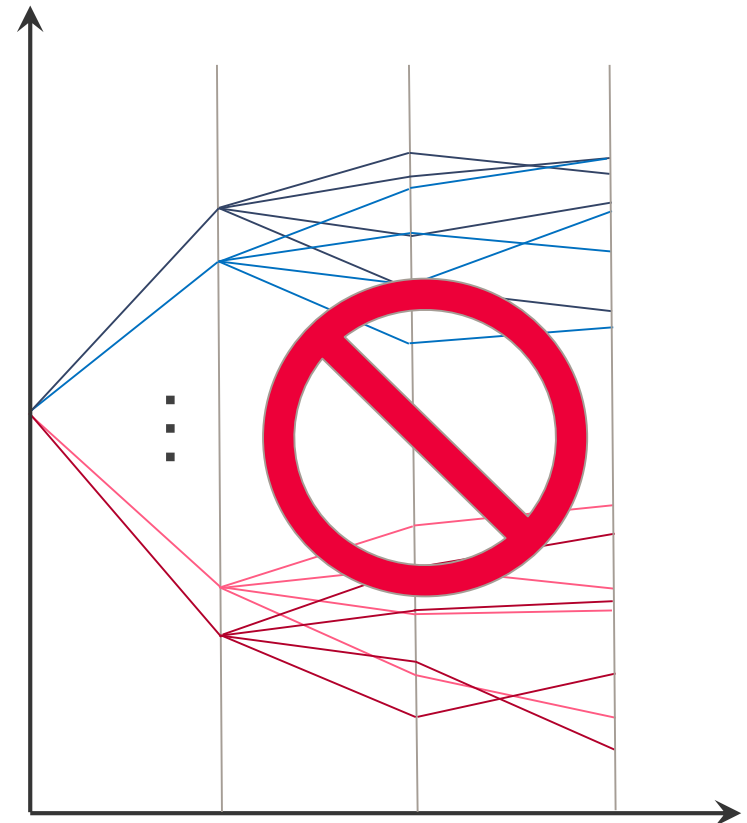
6. Fazit

Berechnung von Risikokapital im Internen Modell benötigt Approximationsmethoden

- Personen-Versicherungsverträge beinhalten traditionell viele eingebettete Optionen und Garantien sowohl für Kunden als auch für Unternehmen
 - Garantierte Überschussbeteiligung und MindZV
 - Kapitalwahlrecht
 - Stornooptionen
 - Anpassung des Rechnungszinses in PKV
 - Managemententscheidungen bei Deklaration und Kapitalanlagestrategie
 - ...
- Optionen und Garantien verursachen komplexe Interaktionen zwischen Kapitalmarkt und Versicherungstechnik. Für die Bewertung der Verpflichtungen werden deshalb Monte-Carlo Simulationen benötigt.
- Direkte Risikoberechnung im Internen Modell benötigt „nested“ Monte-Carlo Simulationen.
- Damit verbundener Rechenaufwand ist für einen großen und komplexen Bestand zurzeit kaum darstellbar.

Risikomodellierung der Personenversicherung:
Direkter Ansatz ist kaum möglich

Ca. 10K-100K äußere Risiko-Szenarien
mit 1K-10K inneren Bewertungs-Szenarien



- Einige etablierte Approximationsmethoden:

- Curve-Fitting
- Replikation
- Least Square Monte-Carlo
- ...

- Für Risikokapitalberechnung bei ERGO werden Replikationsportfolien verwendet:



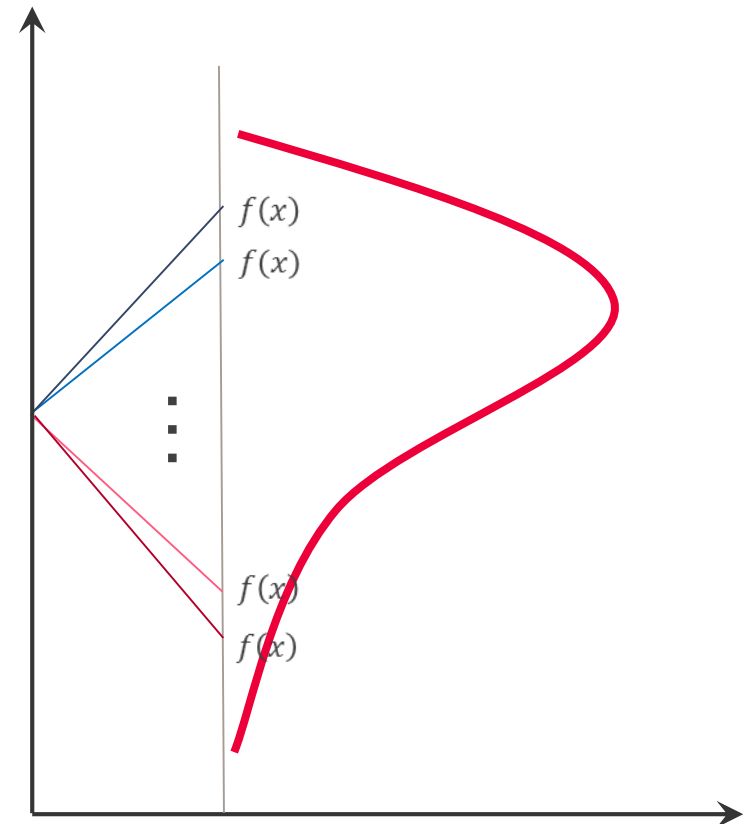
◀ Erste Erfahrungen mit Replikationstechniken

◀ Replikationsportfolien werden für Risikoreporting bei Personenversicherer eingesetzt

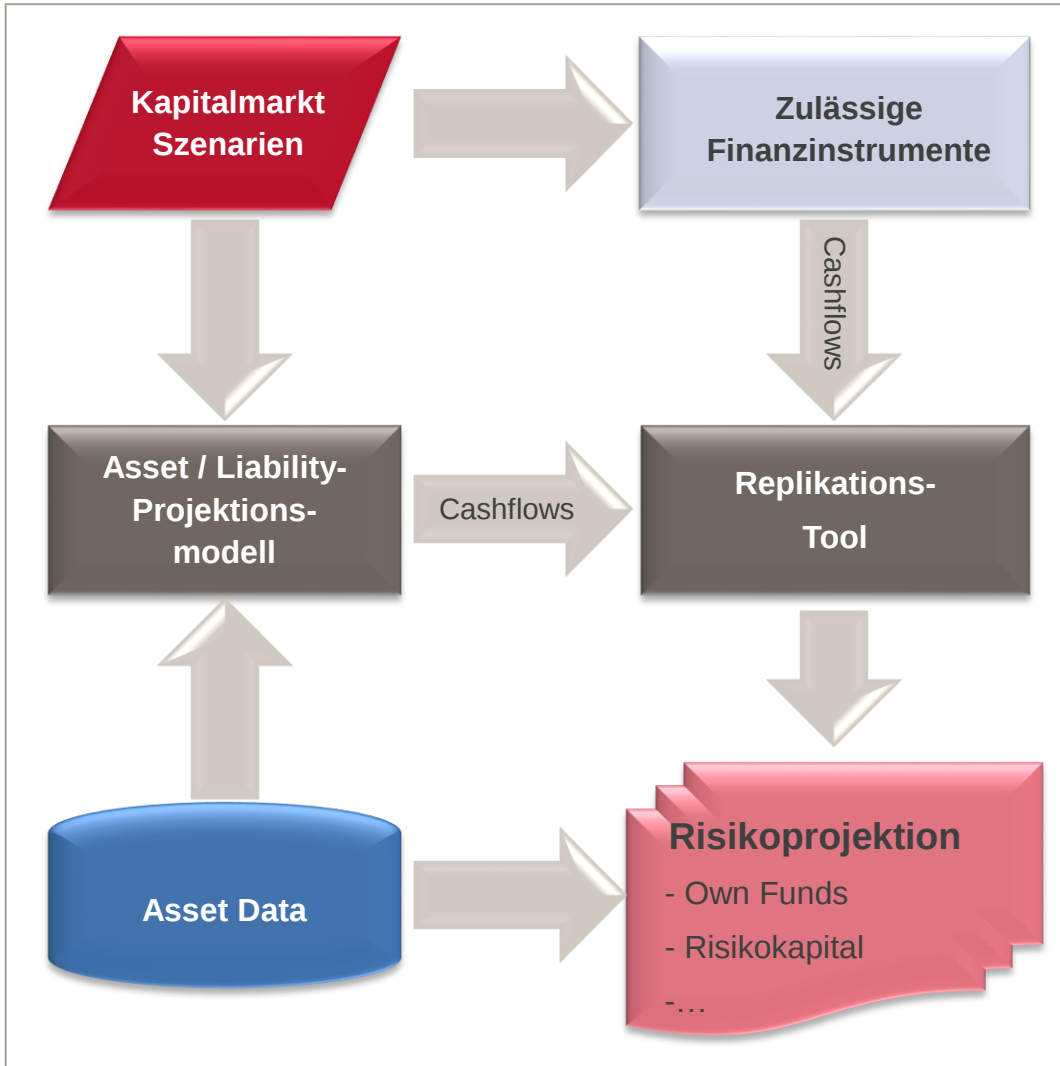
◀ Kontinuierliche Weiterentwicklung und Verbesserung der Replikationsmethodik

Risikoberechnung mit Replikationsportfolien

Ca. 10K-100K äußere Risiko-Szenarien
Bewertung der Replikationsportfolien mit geschlossenen Formeln



Der Erstellungsvorgang eines Replikationsportfolios bietet vielfältige Gestaltungsmöglichkeiten



- Was soll repliziert werden:
 - CFs, PVs, rollierende Barwerte
 - Own Funds oder Best Estimate Liabilities (insgesamt oder einzelne Bestandteile)
- Wie soll repliziert werden:
 - Auswahl der Abstandsfunktion (in der Regel L2-Norm)
 - Nutzung von Nebenbedingungen oder Restriktionen für die Gewichte der Finanzinstrumente
- Input der Replikation
 - Szenarien: Basisset an MC-Szenarien, Sensitivitäten, Extremszenarien ggf. Szenariogewichtung)
 - Wahl der geeigneten Finanzinstrumente für die Replikation

1. Einführung

2. Was und wie soll repliziert werden?

3. Validierung der Replikationsportfolien

4. Erstellungs- und Validierungsprozess

5. Anwendung und praktische Nutzung der Replikationsportfolien

6. Fazit

Bei der Cashflow Replikation versucht man die zu replizierenden (diskontierte) Cashflows zu jedem Zeitpunkt und in allen Szenarien möglichst gut zu treffen.

Zu replizierende Cashflows

Szenarien 1,...,N

$$\begin{bmatrix} CF_{1,1} & CF_{1,2} & \dots & CF_{1,T} \\ CF_{2,1} & CF_{2,2} & \dots & CF_{2,T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CF_{N,1} & CF_{N,2} & \dots & CF_{N,T} \end{bmatrix}$$

Projektionsjahre 1,...,T

$\approx \sum$

Cashflows der Replikationsinstrumente 1,...,K

$\alpha_1 \cdot$
 $\vdots$
 $\alpha_K \cdot$

$$\begin{bmatrix} CF_{1,1}^1 & \dots & CF_{1,T}^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ CF_{N,1}^1 & \dots & CF_{N,T}^1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} CF_{1,1}^K & \dots & CF_{1,T}^K \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ CF_{N,1}^K & \dots & CF_{N,T}^K \end{bmatrix}$$

Das Replikationsportfolio ist die Lösung des Optimierungsproblems:

$$\min_{\alpha} \left\| CF - \sum_{i=1}^K \alpha_i \cdot CF^i \right\|$$

Alternative: Replikation der diskontierten Cashflows:

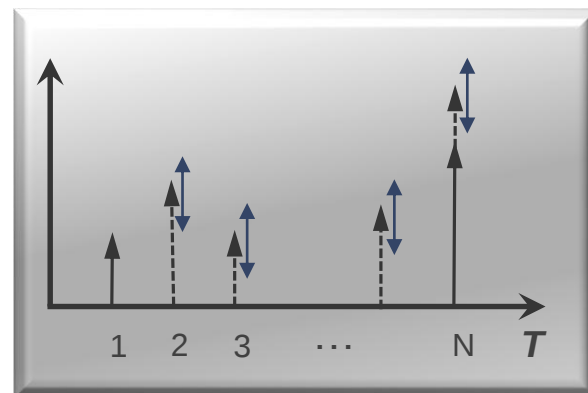
$$\min_{\alpha} \left\| DCF - \sum_{i=1}^K \alpha_i \cdot DCF^i \right\|$$

Cashflow Replikation ist schwierig in der Praxis

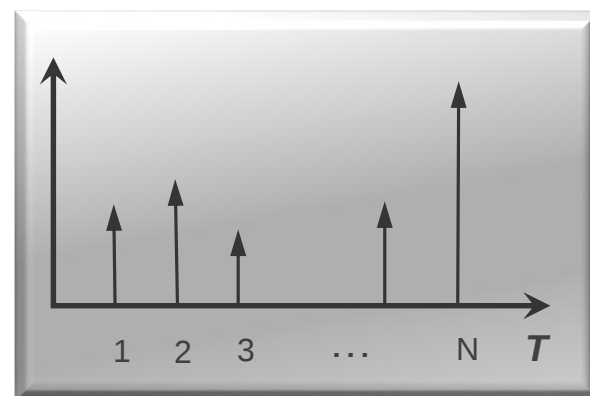
Beispiel: Replikation eines Floaters

- Zu replizierende Cashflows sind die von einem Floater mit Fälligkeit in N Jahren:
 - Zu den Zeitpunkten $t = 1, 2, \dots, N$ werden Kupons gezahlt.
 - Die Höhe der Kuponzahlung in t entspricht dem 1-jährigen Zinssatz zum Zeitpunkt $t - 1$.
 - Bei Fälligkeit ($t = N$) wird das Nominal bezahlt.
- Zur Verfügung stehende Instrumente: Nullkupon Bonds $ZCB(t)$ mit Fälligkeiten in $t = 1, 2, \dots, N$ Jahren.
- Ergebnis der Replikation ist ein Portfolio $\sum_{t=0}^N \alpha_t ZCB(t) + ZCB(N)$. Die Gewichte α_t entsprechen der «mittleren» Kuponzahlung für $t = 1, 2, \dots, N$.
- Risikoprofile des Floaters und der Replikation unterscheiden sich sehr stark:
 - Duration eines Floaters ist ca. 1 Jahr. Die Zinssensitivität eines Floaters entspricht der Zinssensitivität eines 1-jährigen Bonds.
 - Duration des Replikationsportfolio ist wesentlich größer (abhängig von der Fälligkeit des Floaters).

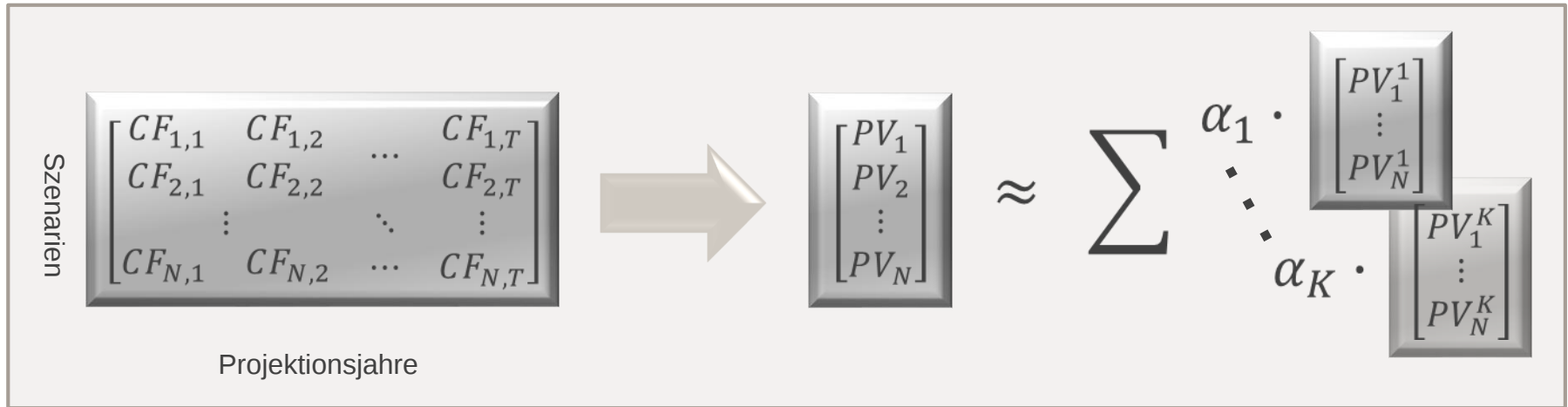
Cashflows eines Floaters



Replikation eines Floaters



Die zu replizierenden PVs werden durch PVs der Replikationsinstrumente approximiert.



Cashflows relativ zu Inflator
werden pro Szenario addiert:

$$PV_{\omega} = \sum_{t=0}^T \frac{CF_{\omega,t}}{CTRI(t)}$$

Das Replikationsportfolio ist die
Lösung des Optimierungsproblems:

$$\min_{\alpha} \left\| PV - \sum_{i=1}^K \alpha_i \cdot PV^i \right\|$$

- Die PVs eines Floaters können perfekt repliziert werden:

$$- PV^{ZCB(1)} = \frac{1}{CTRI(1)} = \frac{1}{1+r^1(0)}$$

$$- PV^{FL^N} = 1 = (1 + r^1(0))PV^{ZCB(1)} \text{ (siehe *)}$$

$$- \text{Ergebnis der Replikation ist ein Portfolio } (1 + r^1(0))ZCB(1)$$

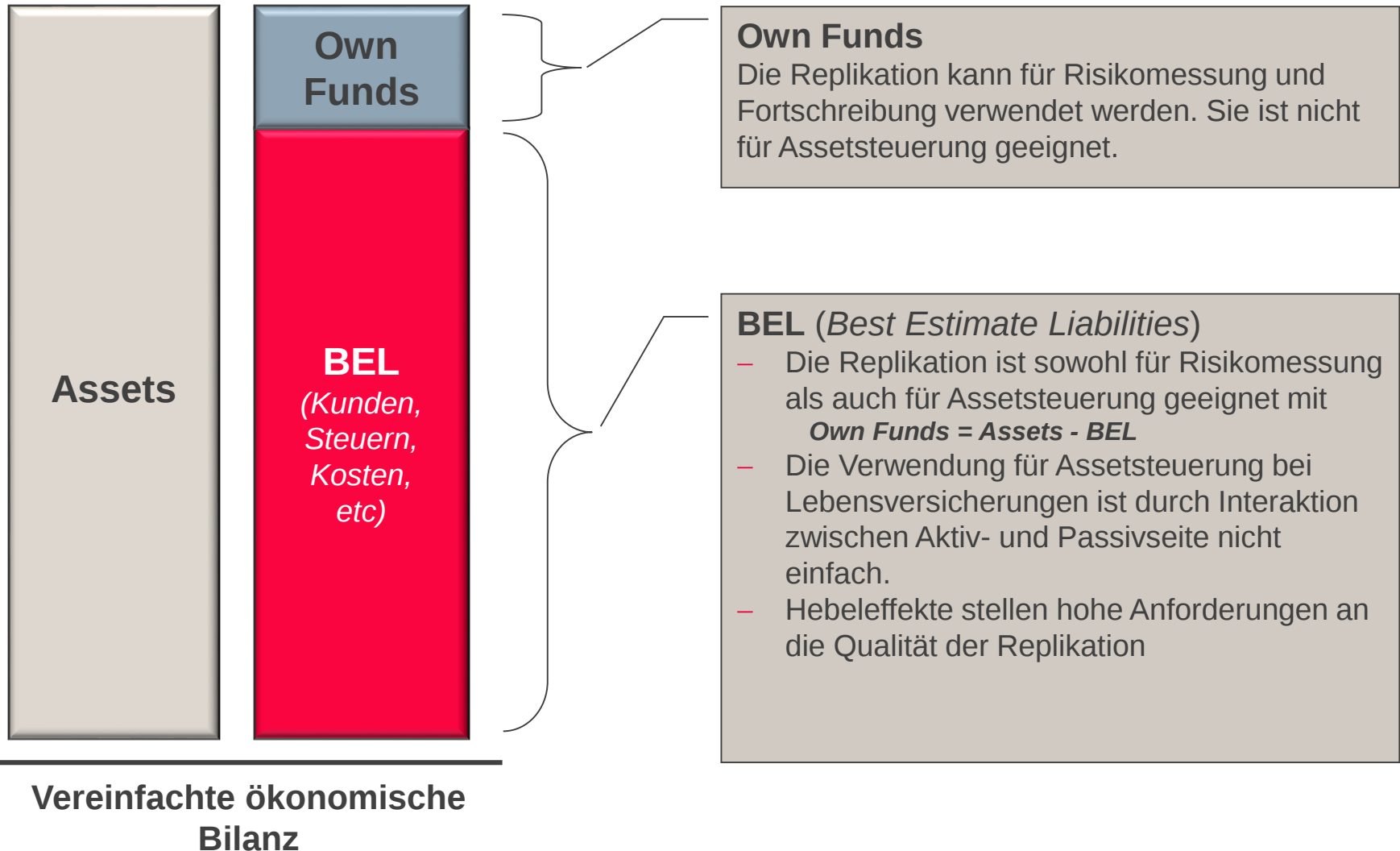
- PV Replikation eines Floaters bildet das Risikoprofil perfekt ab. Sowohl Floater als auch 1-jähriger Bond haben Duration von ca. 1 Jahr.
- Cashflows der Replikationsportfolios weichen sehr stark von den zu replizierenden Cashflows ab.
- Bei der PV Replikation können komplizierte exotische Cashflows durch einfache Instrumente besser als bei Cashflow Replikation approximiert werden.

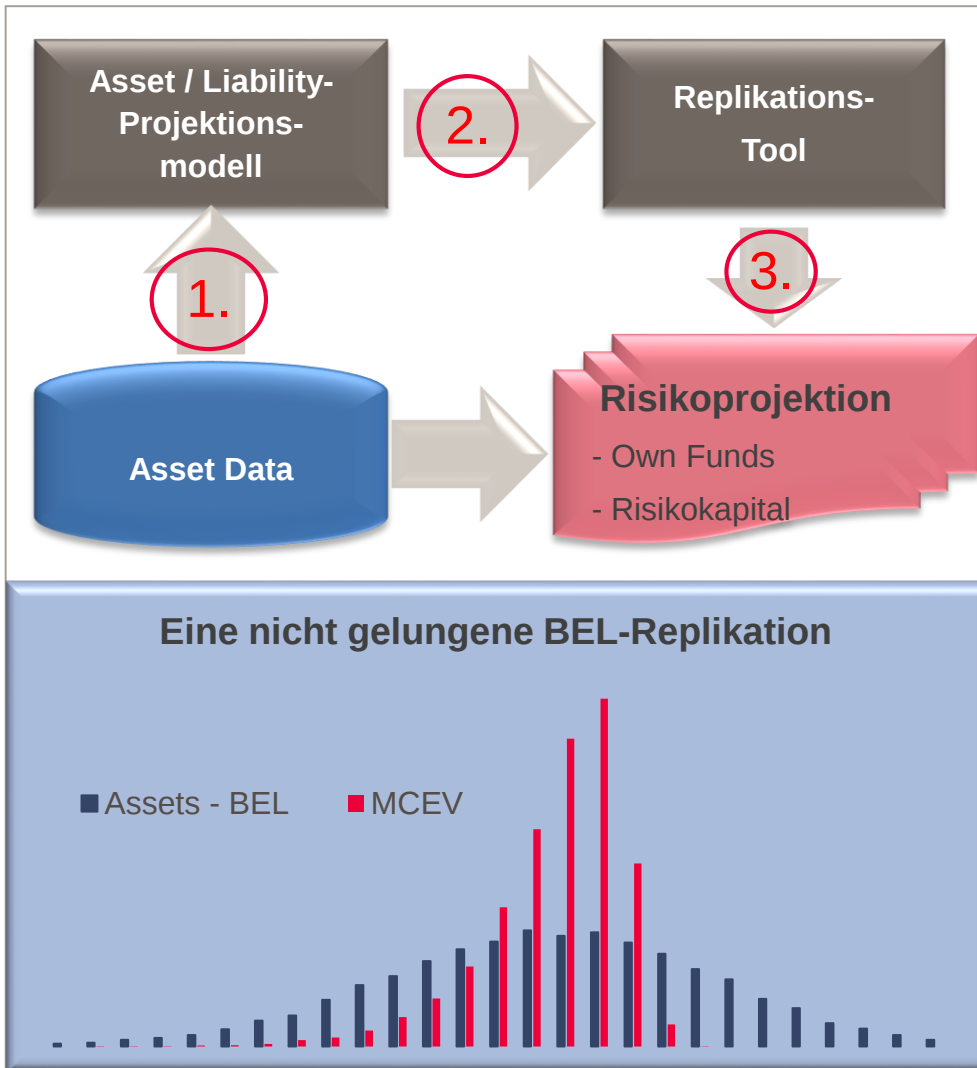
*) PV eines Floaters

Sei $r_\omega^1(t)$ der 1-Jährige Zinssatz zum Zeitpunkt t im Szenario ω . Für den Inflator gilt $CTRI_\omega(t) = \prod_{s=1}^t (1 + r_\omega^1(s-1))$.

PV eines Floaters mit Fälligkeit T im Szenario ω ist

$$PV_\omega^{FL^T} = \sum_{t=1}^T \frac{r_\omega^1(t-1)}{CTRI_\omega(t)} + \frac{1}{CTRI_\omega(T)} = \sum_{t=1}^{T-1} \frac{r_\omega^1(t-1)}{CTRI_\omega(t)} + \frac{1+r_\omega^1(T-1)}{CTRI_\omega(T)} = \sum_{t=1}^{T-1} \frac{r_\omega^1(t-1)}{CTRI_\omega(t)} + \frac{1}{CTRI_\omega(T-1)} = PV_\omega^{FL^{T-1}} = \dots = PV_\omega^{FL^0} = 1$$

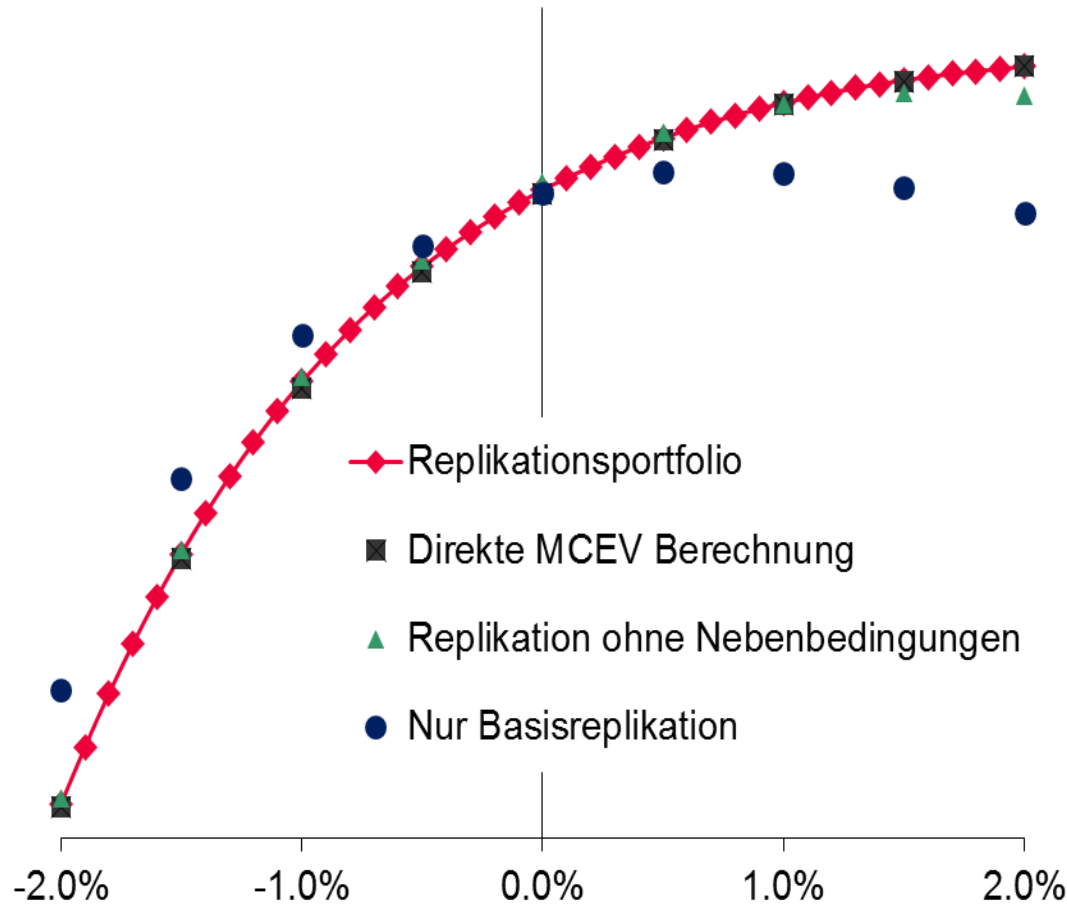




- Im internen Modell werden an vielen Stellen Approximationen und Vereinfachungen gemacht:

1. Assets im Projektionsmodell sind nur grob (verdichtet) abgebildet
2. Die Szenarien im Projektionsmodell haben in der Regel weniger Risikotreiber als die Szenarien für die Marktrisiko Projektion
3. Replikationsportfolio ist nur eine Approximation der Liabilities bzw. Own Funds

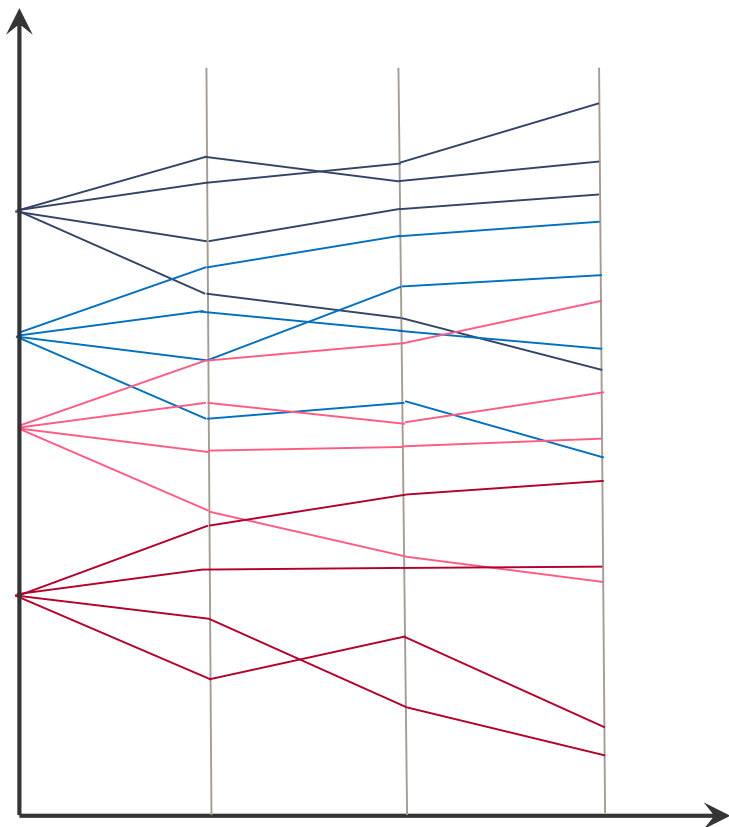
- Relativ kleine Fehler bei der Erstellung der Liability-Replikation wirken gehebelt auf Own Funds und können das Risikoprofil eines Unternehmens signifikant verzerren.



- Die Information aus dem Basislauf reicht für robuste Replikation am Rand der Verteilung nicht aus.
- Berücksichtigung der Information aus wichtigen Sensitivitäts-Szenarien ist notwendig.
- Durch Verwendung der Nebenbedingungen bei der Replikation können die relevanten Sensitivitäten exakt getroffen werden.

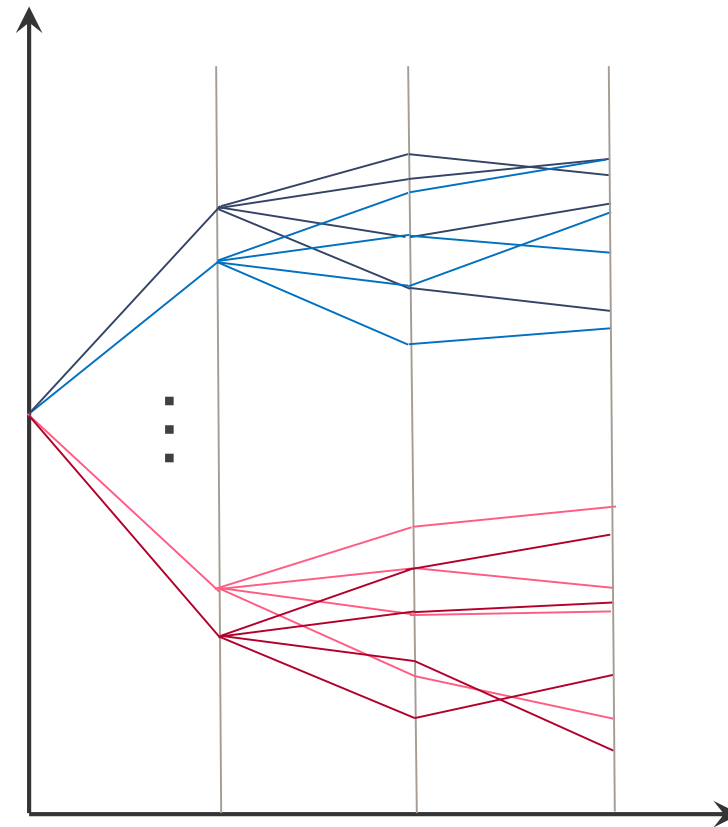
Sensitivitäten

Ca. 5-20 Sensitivitäten
mit 200-5000 Szenarien



Nested Szenarien

Ca. 100-1000 äußere Szenarien
mit 10-100 inneren Szenarien



- Alle relevanten Risikotreiber sollen im Instrumentenuniversum vertreten sein.
- Die Instrumente sollen mit geschlossenen Formeln bewertbar sein.
- Die Cashflow Profile der Instrumente sollen den zu replizierenden Cashflows ähnlich sein. Insbesondere die Garantien und Optionen im Geschäftsmodell sollen angemessen approximiert werden können.
- Overfitting durch zu große Anzahl der Instrumente oder stark abhängige Instrumente soll vermieden werden.

1. Einführung

2. Was und wie soll repliziert werden?

3. Validierung der Replikationsportfolien

4. Erstellungs- und Validierungsprozess

5. Anwendung und praktische Nutzung der Replikationsportfolien

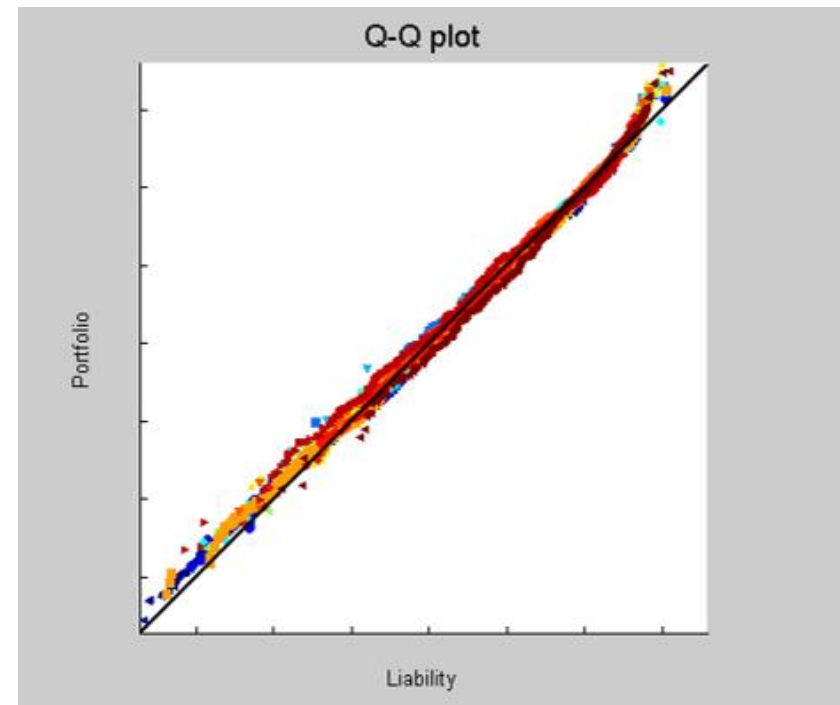
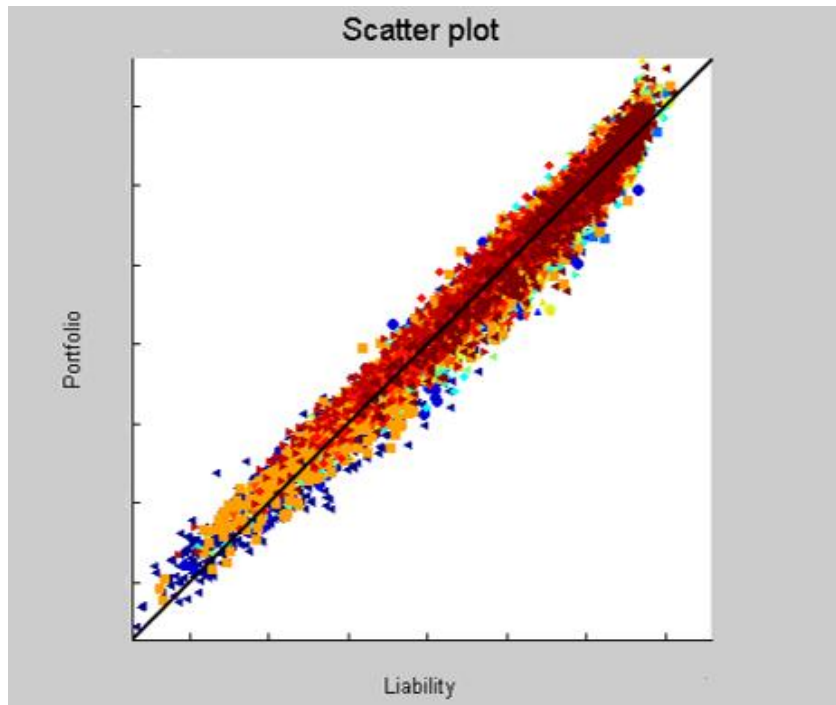
6. Fazit

- Abweichungen zwischen der Monte-Carlo Bewertung der Replikationsportfolien und den zu replizierenden Cashflows (pro MC-Szenarioset)
- „Out of Sample“ Tests: Bewertung in Szenariosets, die bei der Replikation nicht berücksichtigt wurden
- Regressionskennzahlen:
 - Gesamtkorrelation und Korrelationen in einzelnen Sets
- Stabilität des Optimierungsproblems: Konditionszahl der Regressionsmatrix

Konditionszahl einer Matrix

- Bei einigen Konstellationen kann das Optimierungsproblem bei der Replikation folgendermaßen als Minimierungs-Problem formuliert werden: $\min_{\omega} \|D\omega - c\|_2$. Die Lösung ist gegeben durch $A\omega - d = 0$ mit $A = D^T D$ und $d = D^T c$.
- Konditionszahl einer Matrix A ist definiert als $\kappa(A) = \|A^{-1}\| \cdot \|A\|$. Intuitiv (sehr grob) ist es die maximale Veränderungsrate der Lösung ω relativ zu der Veränderungsrate von d . In unserem Fall gilt $\kappa(A) = |\lambda_{\max}/\lambda_{\min}|$.
- Ist $\kappa(A)$ größer als die Rechengenauigkeit (von 10^{15}), so wird die Lösung des Replikationsproblems von Numerischen Effekten dominiert.
- Große Konditionszahlen treten zum Beispiel auf, wenn die Replikationsinstrumente stark abhängig sind, oder wenn die Replikationsszenarien nicht ausreichende Variabilität haben.

- Vergleich mit Replikationsportfolien aus dem Vorjahr
- Long-Short Positionen in „ähnlichen“ Instrumenten
- Scatter Plot und Q-Q Plot



1. Einführung

2. Was und wie soll repliziert werden?

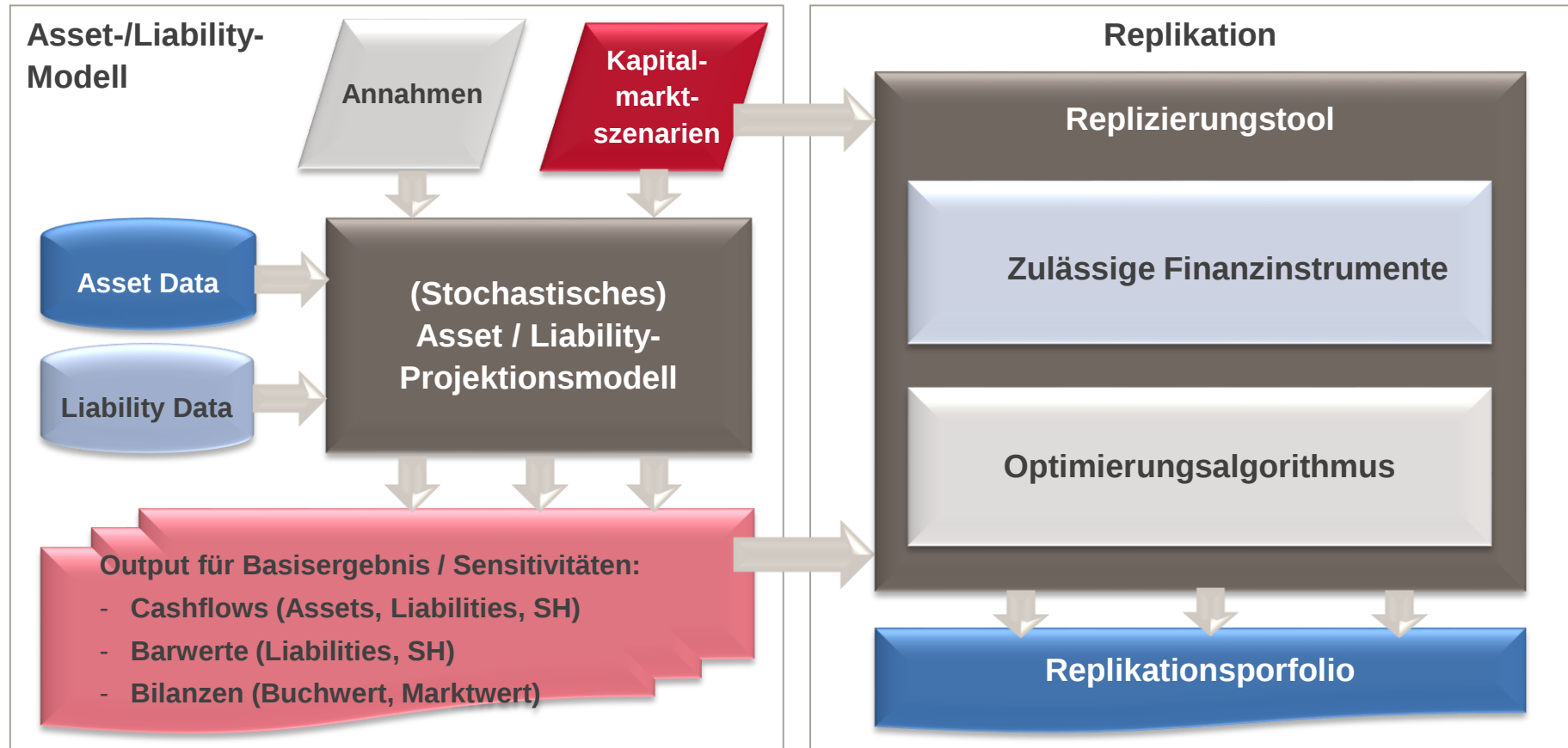
3. Validierung der Replikationsportfolien

4. Erstellungs- und Validierungsprozess

5. Anwendung und praktische Nutzung der Replikationsportfolien

6. Fazit

Asset-/Liability-Modell liefert die Grundlage für die ökon. Bewertung von Risiken mittels Replikationsportfolien



Input für die Erstellung der Replikationsportfolien sind Barwerte und Cashflows des Shareholders oder der Liabilities im Normalfall aber auch in verschiedenen Kapitalmarktsensitivitäten

Auswahl der Finanzinstrumente stellt eine wichtige Stellschraube im Erstellungsprozess dar

Verfügbare Finanzinstrumente

Zinsinstrumente

- Zero-Coupon-Bonds
- Receiver und Payer Swaptions
- Credit-Bonds
- Weitere: Floater, Floors, ILB, CMS Floors

Aktien und Immobilien

- Aktien (für unterschiedliche Märkte oder Einzeltitel)
- Immobilien
- Puts / Calls auf Aktien (für verschiedene Strikes) und auf Immobilien

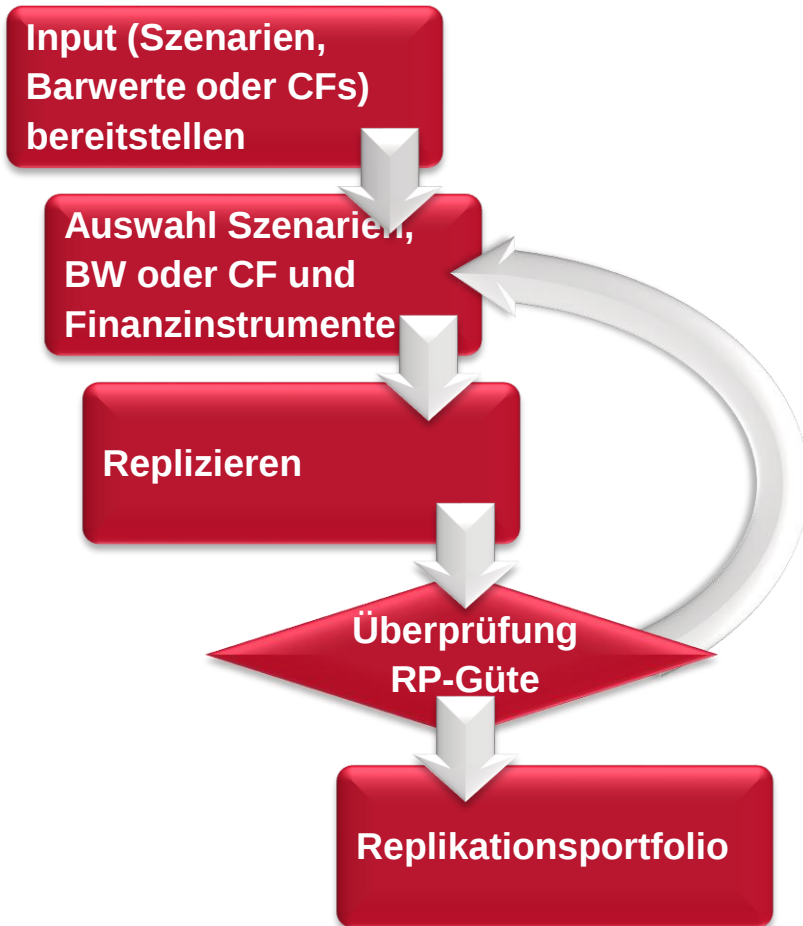


Auswahl der Finanzinstrumente

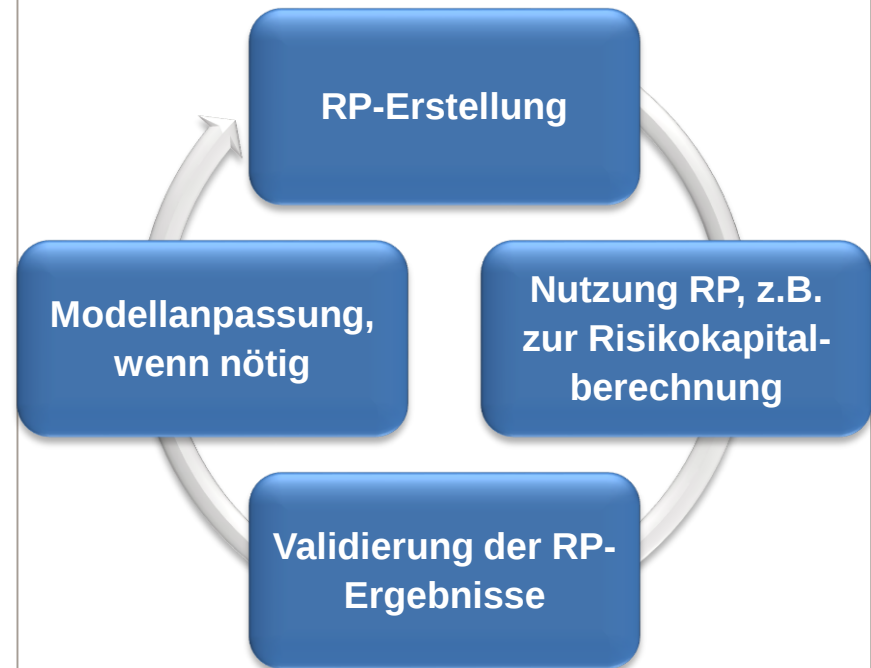
- **Limitierung der verfügbaren Finanzinstrumente** aufgrund von Aufwand in der Bewertung (z.B. unzureichende Marktdaten, aufwändige Umsetzung, Bewertung mit geschlossenen Formeln schwierig)
- Cashflow-Profil der SH-Erträge oder Liabilities **weist komplexe Optionalitäten** auf und erschwert somit Auswahl geeigneter Instrumente
- Neben der Analyse der Cashflows in verschiedenen Szenarien helfen **Erfahrungswerte**
- Die Auswahl der geeigneten Instrumente hat neben den verwendeten Szenarien einen **wesentlichen Einfluss auf die Replikationsgüte**

Validierung: Überprüfung der Qualität des Replikationsportfolios von essentieller Bedeutung

Qualitätssicherung bei der RP-Erstellung



Validierungs-Zyklus



Überprüfung der Replikationsgüte bei der Erstellung und Validierung bei der Verwendung

Validierungen des Replikationsportfolios

Überprüfung der RR-Güte bei der Erstellung anhand verschiedener Qualitätskriterien

Validierung des RPs bei der Verwendung zur Risikokapitalberechnung

- Prüfung RP-Ergebnisse in Quantils- und Extremszenarien der Marktrisikoverteilung
- Durchführung eines stochastischen Laufs (z.B. Nested Simulations Light)
- Prüfung und Plausibilisierung Marktrisiko, z.B. Durchführung eines Backtestings des Marktrisiko oder Plausibilisierung mit Reverse-Stresstest

Qualitätskriterien bei der RP-Erstellung

Sensitivitäten

- In-Sample und Out-of-Sample
- Einfache und kombinierte Sensis

Korrelationen

- Korrelation und R^2 zw. RP und Barwerte

Robustheit

- Robustheit der Optimierungslösung
- Conditional Number

Fehleranalyse

- Analyse der Residuen
- Ausreißer, strukturelle Fehler
- Andere Metriken

Visuelle Prüfung

- RP vs Barwerte: Scatter- oder Quantilsplot

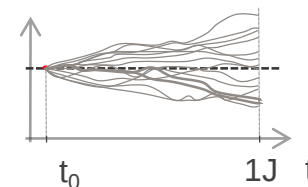
Portfolioanalyse

- Zusammensetzung u. Veränderungen zum letzten RP
- Long-/short Offsetting

Berechnung des Kapitalmarktrisikos mittels Replikationsportfolien

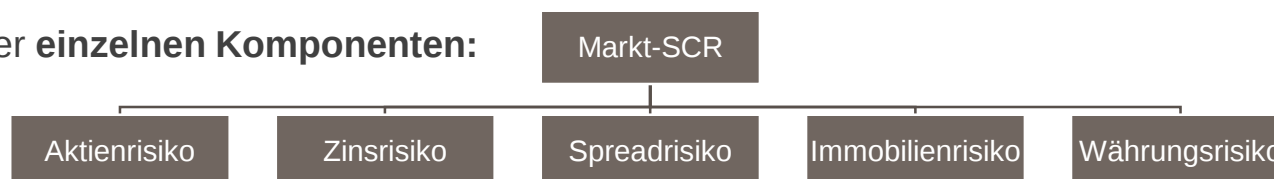
Simulation von Kapitalmarktszenarien

- Simulation von einjährigen ‚real world‘ **Marktszenarien** sz_i mit $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ und z.B. $N = 10.000$
 - Bestimmung der **relevanten Risikotreiber**: risikoloser Zins, Credit Spread, implizite Zinsvolatilitäten, Aktienindizes, Immobilienpreise, Währungen, etc.
 - **Stochastische Modellierung** über ein Jahr unter Berücksichtigung der Korrelationsstruktur

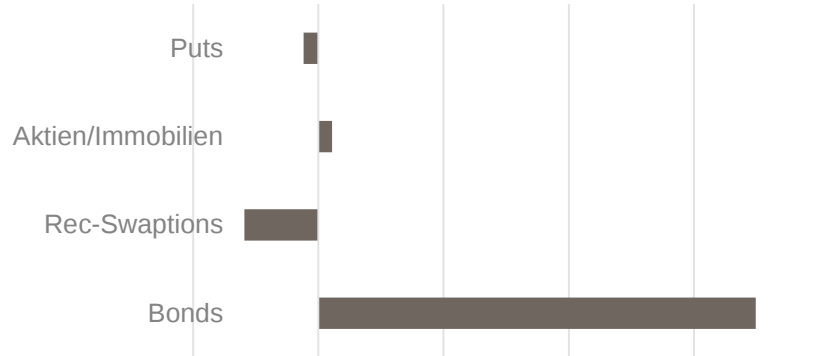


Bewertung Replikationsportfolio mit Set der Kapitalmarktszenarien

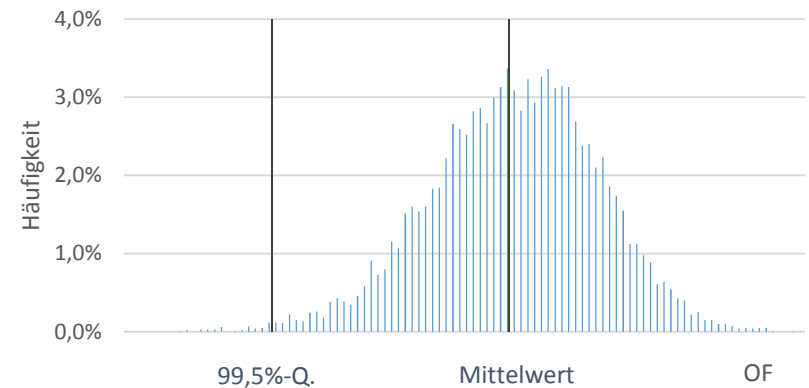
- Bewertung RP der Eigenmittel (OF) oder Asset/RP der Liabilities mit Set sz_i liefert **stochastische Verteilung** der Eigenmittel M_i mit $M_i = RP_{OF}(sz_i)$ oder $M_i = MW_{Assets}(sz_i) - RP_{MVL}(sz_i)$
- **Bestimmung Markt-SCR** (Solvency Capital Requirement) aus Verteilung M_i mit Risikomaß Value-at-Risk (VaR_α) zum Niveau α
- Berechnung der **einzelnen Komponenten**:



RP für SH-Barwerte-Replikation



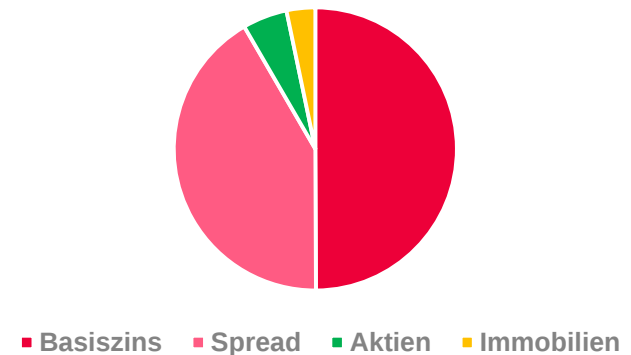
Verteilung



RP-Zusammensetzung vs Risikotreiber

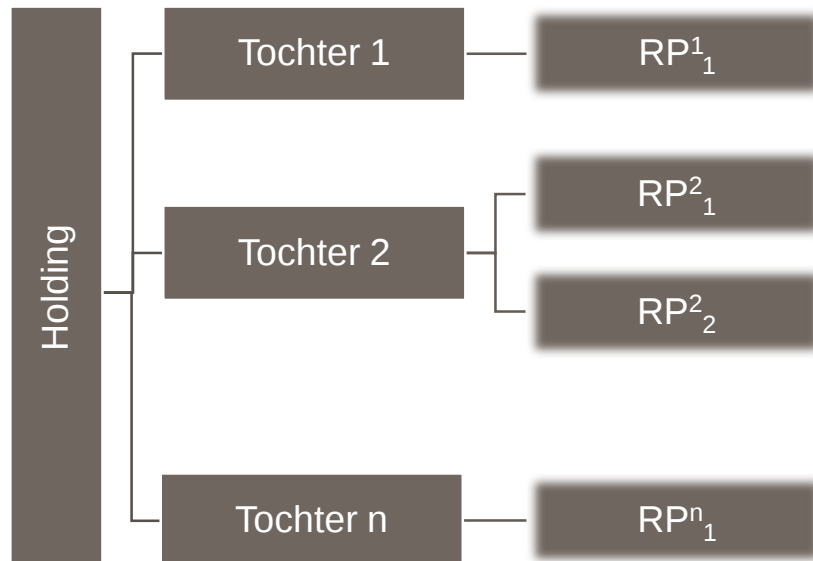
- Finanzinstrumente werden long und short benötigt
- Zinstitel (ZCB, Credit Bonds und Receiver Swaptions) dominieren Portfolio
- Größter Anteil im Marktrisiko ist das Zinsrisiko aufgrund von Basiszins- und Zinsvolatilitätschwankungen sowie Spreadausweitungen

Marktrisikokategorien



Konzernstruktur und RPs

- Versicherungsgruppen bestehen aus mehreren Unternehmen mit verschiedenen Sparten
- RPs können auf allen Hierarchieebenen erstellt werden



Berechnung Risikokapital der Gruppe

Ansatz zur Berechnung des Markt-SCR:

1. Bestimmung der stochastischen Verteilung auf der tiefsten Hierarchieebene (z.B. für einzelne Versicherungsunternehmen) mittels der jeweiligen RPs und einheitlichem Set sz_i an Kapitalmarktszenarien :

$$M^{11}_i, M^{21}_i, M^{22}_i, \dots, M^{n1}_i.$$

2. Summierung der einzelnen Verteilungen liefert Marktrisikoverteilung der Gruppe:

$$M^{Gruppe}_i = M^{11}_i + M^{21}_i + M^{22}_i + \dots + M^{n1}_i$$

3. Bestimmung Markt-SCR der Gruppe aus Verteilung M^{Gruppe}_i ohne zusätzlichen Replizierungsaufwand

Alternativ können auch zuerst die einzelnen RPs summiert und dann das Gruppenportfolio bewertet werden

Zeitliche Abweichung der RP-Erstellung und der Risikokapitalberechnung

Gründe für zeitliche Abweichung der RP-Erstellung und der Risikokapitalberechnung:

1. In der Praxis Prozess zur RP-Erstellung und Validierung der Replikationsgüte **zeitaufwendig**:
 - umfangreiche Inputdaten
 - mehrere Iterationen zur Bestimmung des finalen RPs notwendig
 - Daten zur RP-Erstellung entsprechen häufig nicht mehr den aktuellen Zeitpunkt zur SCR-Berechnung
2. Prozessuale Trennung zur **Vermeidung einer ‚ergebnisorientierten‘ Replikation**

Zeitpunkt der Bestimmung der
Replikationsportfolien



Zeitpunkt der Berechnung des
Marktrisikokapitals

Auswirkungen auf die Markt-SCR-Berechnung:

- Durch Entwicklungen von der RP-Erstellung bis zur Markt-SCR-Berechnung ergeben sich Veränderungen der Assets und Liabilities, die nicht durch das RP abgebildet sind, z.B. kann das Neugeschäft des Zeitraums nicht im RP berücksichtigt werden
- Bei überschaubarem Zeitraum werden sich jedoch die Assets und Liabilities nicht grundlegend ändern
- Entwicklungen durch geänderten Kapitalmarkt werden durch das RP in der Ermittlung des Risikokapitals berücksichtigt

1. Einführung

2. Was und wie soll repliziert werden?

3. Validierung der Replikationsportfolien

4. Erstellungs- und Validierungsprozess

5. Anwendung und praktische Nutzung der Replikationsportfolien

6. Fazit

Anwendung der Replikationsportfolien zur Risikokapitalberechnung und Sensitivitätsanalyse

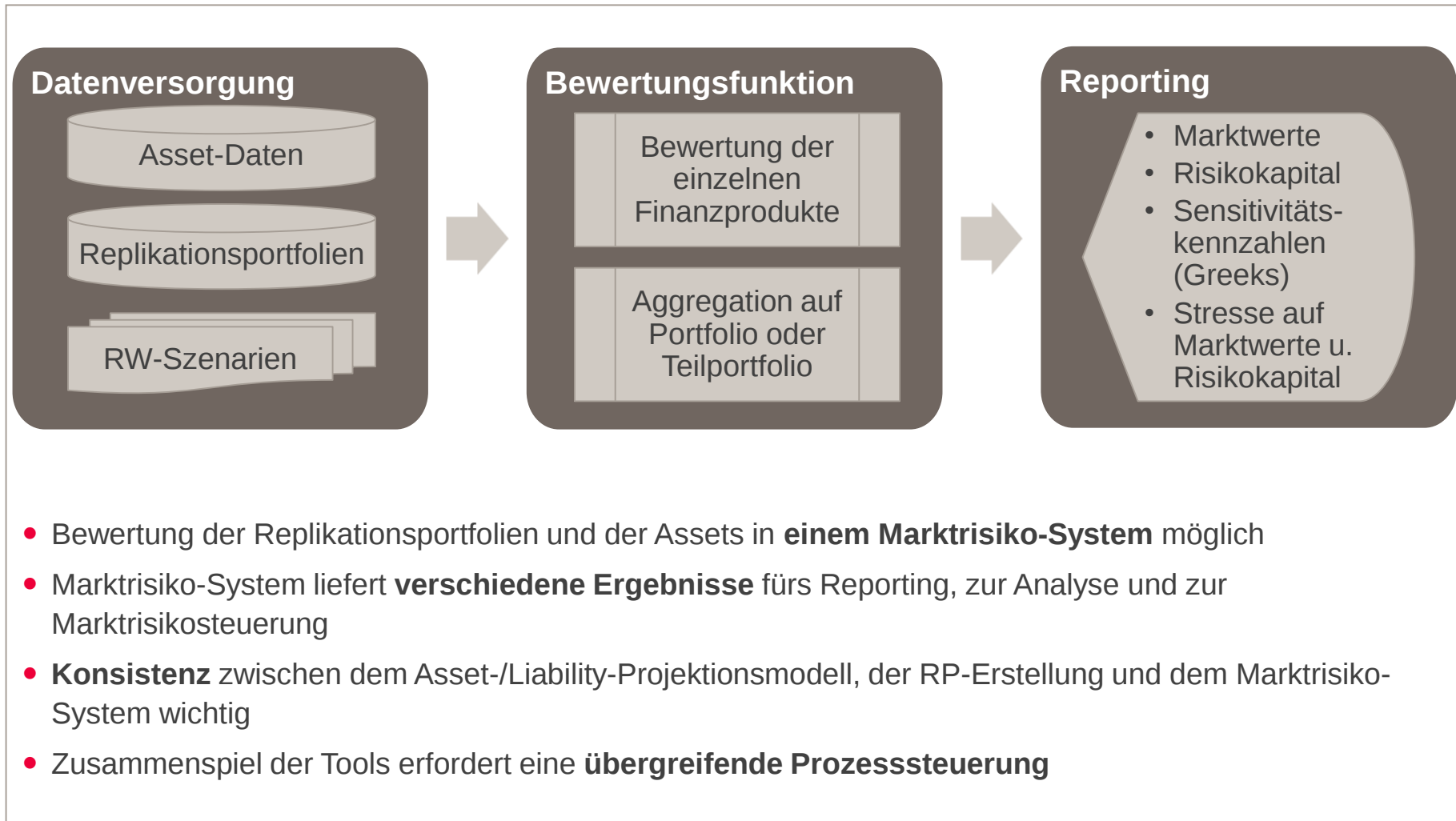
Risikokapital- berechnung

- Ermittlung der Eigenmittelverteilung zur Berechnung des **Kapitalmarktrisikos** insgesamt und seiner Komponenten
- Einsatz bei **Lebens- und Krankenversicherer** mit langfristigen Verpflichtungen
- Berechnung Risikokapital für den **Gesamtbestand** eines Unternehmens
- Aber auch Berechnung Risikokapital für **Teilbestände** (z.B. Neugeschäft oder einzelne Sparten)

Sensitivitäts- analysen

- Berechnung von **Sensitivitäten der Eigenmittel oder der Liabilities**
- Sensitivitäten bzgl. **verschiedenster Kapitalmarktänderungen (einzelne Treiber und kombiniert)**
- Kapitalmarktsensitivitäten des **Gesamtbestandes und Teilbestände**
- **Sensitivitäten des Kapitalmarktrisiko** in alternativen Kapitalmärkten
- Ermittlung der **versicherungstechnischen Stresse in veränderten Kapitalmärkten**

Behandlung der Replikationsportfolien in Marktrisiko-Systemen



Reporting

Regelmäßiges Reporting und Analyse des Risikokapitals

- Jährliche und unterjährige Berechnung des Marktrisikokapitals
- Planerische Risikokapitalberechnungen

Sensitivitätsberechnungen und Analysen verschiedener Positionen der ökonomischen Bilanz bei geänderten Kapitalmarkt:

- Eigenmittel
- VN-Verpflichtungen

Veränderungsanalysen der Eigenmittel oder Liabilities

Adhoc oder „what-if“-Analysen

Geschäfts- und Steuerungsprozesse

Kapitalanlageprozesse:

- Asset-Liability-Management-Prozess
- Strategischen Kapitalanlage
- Regelmäßigen Risikoüberwachung und Steuerung der Kapitalanlagen
- Performanceanalyse

Weitere Prozesse:

- Risikostrategie, z.B. Ermittlung Solvenzkapitalanforderungen
- Planungsprozess, z.B. Kapitalplanung oder ökonomischen Ertragssteuerung
- Ökonomische Rentabilitätsberechnungen

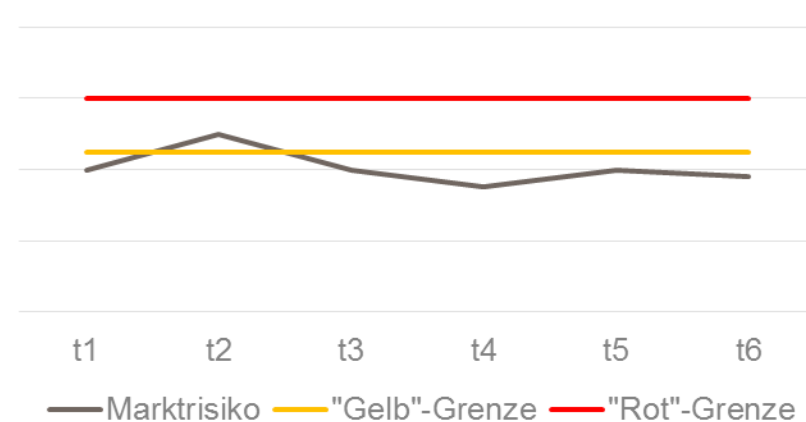
Schnelle Berechnung des Marktrisikos mittels RPs in der Risikoüberwachung der Kapitalanlagen

Regelmäßige Risikokapitalüberwachung

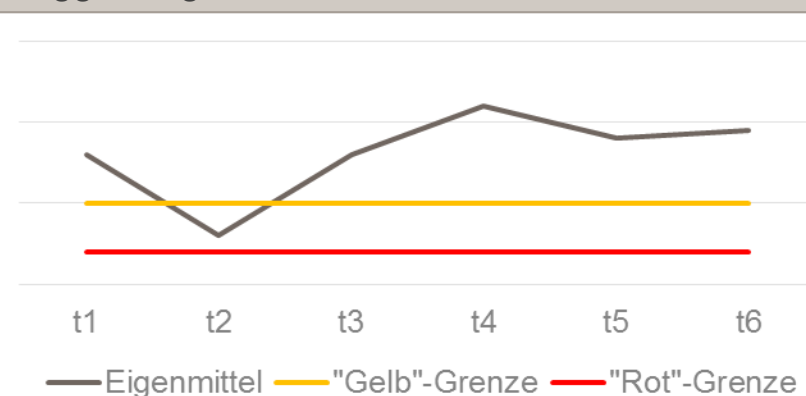


- Einsatz der RPs in der Risikoüberwachung der Kapitalanlagen
- Schnelle Berechnung des Marktrisikos
- Analyse der verschiedenen Kapitalmarkttreiber
- Gültigkeit des RPs bei Veränderungen der Assets und Liabilities zu beachten

Trigger: Marktrisikokapital



Trigger: Eigenmittel



1. Einführung

2. Was und wie soll repliziert werden?

3. Validierung der Replikationsportfolien

4. Erstellungs- und Validierungsprozess

5. Anwendung und praktische Nutzung der Replikationsportfolien

6. Fazit

Verwendung von Replikationsportfolien in der Risikomessung

- Replikationsportfolien sind ein etablierter Approximationsansatz zur Berechnung von Kapitalmarktrisiken und können bereits heute gut in Versicherungsunternehmen integriert werden.
- Mit RPs lassen sich Kapitalmarktsensitivitäten der Eigenmittel oder der Liabilities gut abdecken.
- Das Verfahren bietet vielfältige Gestaltungsmöglichkeiten, die entscheidenden Einfluss auf die Güte der Approximation haben.
- Der Einsatz von RPs stellt anspruchsvolle Anforderungen an ein stochastisches Asset-/Liability-Projektionsmodell und erfordert Know-how und Erfahrung bei der Erstellung der Replikationsportfolien.
- Die Qualität der Replikationsportfolien muss umfassend und regelmäßig validiert werden.
- Replikationsportfolien können sowohl für das Risikoreporting als auch für wichtige Geschäfts- und Steuerungsprozesse verwendet werden.



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

ERGO